INTERNATIONAL STANDARD

NORME INTERNATIONALE

ISO 3534-3

Third edition
Troisième édition
2013-04-15

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 3:
Design of experiments

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 3:
Plans d'expériences

Reference number
Numéro de référence
ISO 3534-3:2013(E/F)

ISO copyright office
Case postale 56 • CH-1211 Geneva 20
Tel. + 41 22 749 01 11
Fax + 41 22 749 09 47
E-mail copyright@iso.org
Web www.iso.org

Published in Switzerland/Publié en Suisse

Contents

Page

Sommaire

Page

Foreword

ISO (the International Organization for Standardization) is a worldwide federation of national standards bodies (ISO member bodies). The work of preparing International Standards is normally carried out through ISO technical committees. Each member body interested in a subject for which a technical committee has been established has the right to be represented on that committee. International organizations, governmental and non-governmental, in liaison with ISO, also take part in the work. ISO collaborates closely with the International Electrotechnical Commission (IEC) on all matters of electrotechnical standardization.

International Standards are drafted in accordance with the rules given in the ISO/IEC Directives, Part 2.

The main task of technical committees is to prepare International Standards. Draft International Standards adopted by the technical committees are circulated to the member bodies for voting. Publication as an International Standard requires approval by at least 75 % of the member bodies casting a vote.

Attention is drawn to the possibility that some of the elements of this document may be the subject of patent rights. ISO shall not be held responsible for identifying any or all such patent rights.

ISO 3534-3 was prepared by Technical Committee ISO/TC 69, *Applications of statistical methods*, Subcommittee SC 1, *Terminology and symbols*.

This third edition cancels and replaces the second edition (ISO 3534-3:1999), which has been technically revised.

ISO 3534 consists of the following parts, under the general title *Statistics — Vocabulary and symbols*:

— *Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

— *Part 2: Applied statistics*

— *Part 3: Design of experiments*

— *Part 4: Survey sampling*

Avant-propos

L'ISO (Organisation internationale de normalisation) est une fédération mondiale d'organismes nationaux de normalisation (comités membres de l'ISO). L'élaboration des Normes internationales est en général confiée aux comités techniques de l'ISO. Chaque comité membre intéressé par une étude a le droit de faire partie du comité technique créé à cet effet. Les organisations internationales, gouvernementales et non gouvernementales, en liaison avec l'ISO participent également aux travaux. L'ISO collabore étroitement avec la Commission électrotechnique internationale (CEI) en ce qui concerne la normalisation électrotechnique.

Les Normes internationales sont rédigées conformément aux règles données dans les Directives ISO/CEI, Partie 2.

La tâche principale des comités techniques est d'élaborer les Normes internationales. Les projets de Normes internationales adoptés par les comités techniques sont soumis aux comités membres pour vote. Leur publication comme Normes internationales requiert l'approbation de 75 % au moins des comités membres votants.

L'attention est appelée sur le fait que certains des éléments du présent document peuvent faire l'objet de droits de propriété intellectuelle ou de droits analogues. L'ISO ne saurait être tenue pour responsable de ne pas avoir identifié de tels droits de propriété et averti de leur existence.

L'ISO 3534-3 a été élaborée par le comité technique ISO/TC 69, *Application des méthodes statistiques*, sous-comité SC 1, *Terminologie et symboles*.

Cette troisième édition annule et remplace la deuxième édition (ISO 3534-3:1999), qui a fait l'objet d'une révision technique.

L'ISO 3534 comprend les parties suivantes, présentées sous le titre général *Statistique — Vocabulaire et symboles*:

— *Partie 1: Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités*

— *Partie 2: Statistique appliquée*

— *Partie 3: Plans d'expériences*

— *Partie 4: Échantillonnage pour sondages*

Introduction

Design of experiments (DOE) catalyses innovation, problem solving and discovery. DOE comprises a strategy and a body of methods that are instrumental in achieving quality improvement in products, services and processes. Although statistical quality control, management resolve, inspection and other quality tools also serve this goal, experimental design represents the methodology of choice in complex, variable and interactive settings. Historically, design of experiments has evolved and thrived in the agricultural area. Medicine has also enjoyed a long history of careful experimental design. Industrial settings particularly benefit from the methodology — due to the ease of initiating efforts (user-friendly software packages), improved training, influential advocates, and accumulating successes with experimental design.

Design of experiments is fundamental to continuous improvement and product development. Experimentation often evolves sequentially with improvements taking place following each stage of the learning process. If the objective is to optimize a response, then **response surface designs** (3.2.19) play a critical role. Multiple levels of factors recognized to be important are considered to accommodate neatly curvilinear effects, for example in the vicinity of the optimum settings.

Factorial experiments (3.2.1) and **fractional factorial experiments** (3.2.3) provide a methodology for studying the interrelationships among multiple factors of interest to the experimenter. These types of experiments can be far more resource efficient and effective than intuitive one-factor-at-a-time experiments. Factorial experiments are particularly well-suited for determining that a factor behaves differently (as reflected in the experimental response) at different levels of other factors. Frequently, the “breakthrough” in quality comes from the synergism revealed in a study of “**interactions**” (3.1.17). If the number of factors under consideration is large, then factorial experiments could exceed resources. However, fractional factorial experiments offer a possible compromise. Actually, if the initial goal is to identify factors warranting further investigation, then **screening designs** (3.2.8) can be useful.

In planning an experiment, it is necessary to limit biases introduced by the experimental conditions or in the assignment of treatments to experimental units. Topics such as “**randomization**” (3.1.30) and “**blocking**” (3.1.26) deal with minimizing the effects of nuisance or extraneous elements. Specific blocking strategies include **randomized block designs** (3.2.10), **Latin square designs** (3.2.11) and variants, and **balanced incomplete block designs** (3.2.14).

Designs for experiments with mixtures [**mixture designs** (3.2.20)] apply in situations where factors constitute proportions of a total, such as ingredients in an alloy. **Nested designs** (3.2.21) are particularly useful in inter-laboratory testing and in measurement system analyses.

Methods of analysis of the collected data are straightforward, if the experiment has been carried out according to the plan. **Graphical methods** (3.3.1) can be particularly effective in revealing overall conclusions. Estimation of parameters from a model is commonly handled using **regression analysis** (3.3.7). Regression analysis methods can also handle difficulties with missing data, identification of outliers, and other problems.

Annex A provides associated Concept Diagrams that relate the various terms. To assist users of this part of ISO 3534, an explanation of Concept Diagrams is provided in Annex B.

Design of experiments consists of a complex process to implement **experimental plans** (3.1.29). Annex C provides checklists that are intended to identify key items to be considered in designing and implementing a **designed experiment** (3.1.27). Annex D describes experimental design from the systems model perspective.

Introduction

Les plans d'expériences (DOE, *design of experiments*) catalysent l'innovation, la résolution de problèmes et la découverte. Les DOE comprennent une stratégie et un corps de méthodes qui sont les instruments permettant d'améliorer la qualité des produits, des services et des processus. Bien que la maîtrise statistique de la qualité, les solutions managériales, les inspections et autres outils de qualité remplissent également cet objectif, les plans d'expériences représentent la méthodologie par excellence dans le cas d'un environnement de paramètres complexes, variables et interactifs. D'un point de vue historique, les plans d'expériences ont évolué et se sont développés dans le secteur de l'agriculture. La médecine a également bénéficié d'une longue histoire de plans d'expériences élaborés avec soin. Les environnements industriels tirent particulièrement profit de la méthodologie, en raison de la facilité d'initiation des efforts (logiciels d'application conviviaux), d'une meilleure formation, de défenseurs influents et des nombreux succès obtenus grâce aux plans d'expériences.

Les plans d'expériences sont indispensables à l'amélioration continue et au développement de produit. L'expérimentation évolue souvent de manière séquentielle, les améliorations intervenant après chaque étape du processus d'apprentissage. Si l'objectif est d'optimiser une réponse, alors les **plans à surface de réponse** (3.2.19) jouent un rôle critique. De multiples niveaux de facteurs jugés importants sont pris en compte pour s'adapter parfaitement aux effets curvilignes, par exemple à proximité des valeurs optimales.

Les **plans factoriels** (voir 3.2.1) et les **plans factoriels fractionnaires** (3.2.3) fournissent une méthodologie d'étude des interrelations entre les multiples facteurs d'intérêt pour la personne qui réalise l'expérience. Ces types de plans d'expériences peuvent être bien plus efficaces et économes en ressources que les plans d'expériences intuitifs du type «un facteur à la fois». Les plans d'expériences factoriels conviennent particulièrement pour déterminer le fait qu'un facteur se comporte différemment (comme reflété dans la réponse expérimentale) avec des niveaux différents d'autres facteurs. La «percée» de qualité provient fréquemment de la synergie révélée par une étude d'«**interactions**» (3.1.17). Lorsque le nombre de facteurs considérés est important, les plans d'expériences factoriels peuvent alors dépasser les ressources. Cependant, les plans factoriels fractionnaires offrent un compromis possible. En effet, lorsque le but initial est d'identifier les facteurs justifiant d'autres analyses, les **plans de criblage** (3.2.8) peuvent être utiles.

La planification d'une expérience nécessite de limiter les biais dus aux conditions expérimentales ou à l'affectation des traitements aux unités expérimentales. Les sujets tels que «**randomisation**» (3.1.30) et «**mise en blocs**» (3.1.26) traitent de la réduction des effets de nuisance ou des éléments étrangers. Les stratégies spécifiques de mise en blocs comprennent les plans en **blocs randomisés** (3.2.10), les **plans en carré latin** (3.2.11) et leurs variantes, ainsi que les plans en **blocs incomplets équilibrés** (3.2.14).

Les **plans pour l'étude de mélanges** (3.2.20) s'appliquent aux situations dans lesquelles les facteurs constituent les proportions d'un ensemble, telles que les ingrédients d'un alliage. Les **plans emboîtés** (3.2.21) sont particulièrement utiles dans les essais interlaboratoires et dans les analyses des systèmes de mesure.

Les méthodes d'analyse des données recueillies sont directes lorsque l'expérience est effectuée selon le plan. Les **méthodes graphiques** (3.3.1) peuvent être particulièrement efficaces pour révéler des conclusions générales. L'estimation des paramètres d'un modèle s'effectue communément en utilisant l'**analyse de régression** (3.3.7). Les méthodes d'analyse de régression peuvent également traiter des difficultés rencontrées avec les données manquantes, l'identification de valeurs aberrantes et autres problèmes.

L'Annexe A fournit des schémas conceptuels qui précisent les différents termes. Afin d'aider les utilisateurs de la présente partie de l'ISO 3534, une explication des schémas conceptuels est fournie à l'Annexe B.

Un plan d'expériences est un processus complexe pour mettre en œuvre des **plans expérimentaux** (3.1.29). L'Annexe C fournit des listes de contrôle destinées à identifier les points clés à prendre en considération lors de la conception et de la mise en œuvre d'une **expérience planifiée** (3.1.27). L'Annexe D décrit les plans d'expériences du point de vue des modèles.

Statistics — Vocabulary and symbols —

Part 3:
Design of experiments

Statistique — Vocabulaire et symboles —

Partie 3:
Plans d'expériences

1 Scope

This part of ISO 3534 defines the terms used in the field of design of experiments and may be used in the drafting of other International Standards.

More specifically, it defines terms used in the field of design of experiments for which the response variable is one-dimensional and continuous and for which the expectation of the response variable is linear in the parameters. The terms with regard to the statistical analysis are based on the assumption that the error term follows a normal distribution with constant variance.

1 Domaine d'application

La présente partie de l'ISO 3534 définit les termes utilisés dans le domaine des plans d'expériences et peut être utilisée pour l'élaboration d'autres Normes internationales.

Plus spécifiquement, elle définit les termes utilisés dans le domaine des plans d'expériences pour lesquels la variable de réponse est unidimensionnelle et continue et pour lesquels l'espérance mathématique de la variable de réponse est linéaire dans les paramètres. Les termes relatifs à l'analyse statistique sont fondés sur l'hypothèse que le terme d'erreur suit une loi normale avec une variance constante.

2 Normative references

The following referenced documents are indistinguishable for the application of this document. For dated references, only the edition cited applies. For undated references, the latest edition of the referenced document (including any amendments) applies.

ISO 3534-1:2006, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: General statistical terms and terms used in probability*

ISO 3534-2:2006, *Statistics — Vocabulary and symbols — Part 2: Applied statistics*

2 Références normatives

Les documents de référence suivants sont indispensables pour l'application du présent document. Pour les références datées, seule l'édition citée s'applique. Pour les références non datées, la dernière édition du document de référence s'applique (y compris les éventuels amendements).

ISO 3534-1:2006, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 1: Termes statistiques généraux et termes utilisés en calcul des probabilités*

ISO 3534-2:2006, *Statistique — Vocabulaire et symboles — Partie 2: Statistique appliquée*

3 Terms and definitions

For the purposes of this document, the following terms and definitions apply.

3.1 General terms

3.1.1
experiment
purposive investigation of a system through selective adjustment of controllable conditions and allocation of resources

NOTE 1 A system is an interacting combination of elements, viewed in relation to function. Deliberate alterations or adjustments are made to a system in order to improve or to understand it. In other words, an experiment is a systematic and objective means of getting unambiguous and valid answers to the questions that the experimenter has in mind by varying controllable factors in a predetermined manner.

NOTE 2 A critical aspect to an experiment is control — the investigator has the capability to vary settings, input materials, assignment of procedures to individuals and so forth with the intention of obtaining an understanding of the system efficiently. By proper design and conduct of the experiment, it is possible to attribute causation to the impact of the settings.

NOTE 3 Experiments are different from observational studies where the investigators may determine which units are to be studied and the observational process to be observed, but the assignment of **experimental treatments** (3.1.13) is outside their control.

3.1.2
model
⟨experiment⟩ formalized representation of outcomes of an **experiment** (3.1.1)

NOTE 1 The model consists of three parts. The first part is the **response variable** (3.1.3) that is being modelled. The second part is the deterministic or the systematic part of the model that includes **predictor variable(s)** (3.1.4). Finally, the third part is the **residual error** (3.1.6) that can involve **pure random error** (3.1.9) and **misspecification error** (3.1.10). The model applies for the experiment as a whole and for separate outcomes denoted with subscripts. The model is a mathematical description that relates the response variable to predictor variables and includes associated assumptions. Outcomes refer to recorded or measured observations of the response variable.

NOTE 2 The model is a simplified representation of the actual system where only key or fundamental features are considered.

3 Termes et définitions

Pour les besoins du présent document, les termes et définitions suivants s'appliquent.

3.1 Termes généraux

3.1.1
expérience
étude intentionnelle d'un système par l'ajustement sélectif de conditions maîtrisables et l'affectation de ressources

NOTE 1 Un système est une combinaison interactive d'éléments, considérée par rapport à une fonction. Des modifications ou ajustements sont volontairement réalisés sur un système en vue de l'améliorer ou de le comprendre. En d'autres termes, une expérience est un moyen systématique et objectif permettant à l'expérimentateur d'obtenir des réponses valables et dépourvues d'ambiguïté aux questions qu'il se pose, en faisant varier des facteurs maîtrisables de manière prédéterminée.

NOTE 2 Un aspect critique d'une expérience est la maîtrise — l'analyste a la possibilité de faire varier des paramètres, des matériaux d'entrée, l'attribution de procédures à des individus, etc., dans le but d'obtenir une compréhension effective du système. Une conception et une conduite appropriées de l'expérience permet d'attribuer une causalité à l'impact des paramètres.

NOTE 3 Les expériences se distinguent des études par observation où les analystes peuvent déterminer les unités à étudier et le processus d'observation à suivre, mais ne maîtrisent pas l'affectation des **traitements expérimentaux** (3.1.13).

3.1.2
modèle
⟨expérience⟩ représentation formalisée des résultats d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 Le modèle comprend trois parties. La première partie est la **variable de réponse** (3.1.3) modélisée. La deuxième partie est la partie déterministe ou systématique du modèle qui inclut la (les) **variable(s) de prédiction** (3.1.4). Enfin, la troisième partie est l'**erreur résiduelle** (3.1.6) qui peut inclure l'**erreur aléatoire pure** (3.1.9) et l'**erreur de mauvaise spécification** (3.1.10). Le modèle s'applique à l'expérience dans son intégralité et à des résultats distincts indiqués par des indices. Le modèle est une description mathématique qui associe la variable de réponse à des variables de prédiction et comprend des hypothèses associées. Les résultats se rapportent à des observations enregistrées ou mesurées de la variable de réponse.

NOTE 2 Le modèle est une représentation simplifiée du système réel dans laquelle seules les caractéristiques clés ou fondamentales sont prises en compte.

EXAMPLE 1 The lifetime of a component is related to the environmental conditions that it experiences.

EXAMPLE 2 A formal model including two **factors** (3.1.5) is:

$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$ $\quad i = 1, 2, \ldots, I\,; j = 1, 2, \ldots, J,$

where

- y_{ij} is the response variable at level i of factor A and level j of factor B;
- μ is the overall mean response;
- α_i is the incremental effect of factor A at level i;
- β_j is the incremental effect of factor B at level j;
- ε_{ij} is the residual error.

The response part of the model consists simply of y_{ij}. The predictive part of this model is $\mu + \alpha_i + \beta_j$ consisting of an overall mean response and two terms related to the effects of factors. The random or error part of this model consists of ε_{ij} that includes inherent variability in the process which produces the response.

EXAMPLE 3 A commonly used model is:

$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_j + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk}$ $\quad i = 1, 2, \ldots, I\,; j = 1, 2, \ldots, J\,; k = 1, 2, \ldots, K$

where

- y_{ijk} is the response of the kth replicate;
- α_i is the adjustment due to factor 1;
- β_j is the adjustment due to factor 2;
- τ_{ij} is the adjustment due to interaction of the factors;
- ε_{ijk} is the residual error.

The terminology "adjustment" is used instead of "incremental effect" as in Example 2, as the formal mathematical model does not include an overall mean term. Furthermore, y_{ijk} (ε_{ijk}) is used in this example rather than y_{ij} (ε_{ij}) to acknowledge the potential existence of replicates.

EXAMPLE 4 Another formal model is:

$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i{}^2} + \varepsilon_i$ $\quad i = 1, 2, \ldots, I$

where

- y_i is the response corresponding to x_i;
- x_i is the coded or numerical level of a single factor;
- $e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i{}^2}$ represents the mean response corresponding to x_i;
- ε_i is the residual error.

EXEMPLE 1 La durée de vie d'un composant est liée aux conditions environnementales auxquelles il est soumis.

EXEMPLE 2 Un modèle formel comprenant deux **facteurs** (3.1.5) est le suivant:

$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$ $\quad i = 1, 2, \ldots, I\,; j = 1, 2, \ldots, J,$

où

- y_{ij} est la variable de réponse au niveau i du facteur A et au niveau j du facteur B;
- μ est la réponse moyenne globale;
- α_i est l'effet d'incrément du facteur A au niveau i;
- β_j est l'effet d'incrément du facteur B au niveau j;
- ε_{ij} est l'erreur résiduelle.

La partie réponse du modèle est constituée simplement par y_{ij}. La partie prédictive de ce modèle est $\mu + \alpha_i + \beta_j$, qui consiste en une réponse moyenne globale et en deux termes relatifs aux effets des facteurs. La partie aléatoire ou d'erreur de ce modèle comprend ε_{ij} qui intègre la variabilité inhérente au processus qui produit la réponse.

EXEMPLE 3 Un modèle communément utilisé est:

$y_{ijk} = \alpha_i + \beta_j + \tau_{ij} + \varepsilon_{ijk}$ $\quad i = 1, 2, \ldots, I\,; j = 1, 2, \ldots, J\,; k = 1, 2, \ldots, K$

où

- y_{ijk} est la réponse de la k-ième réplique;
- α_i est l'ajustement dû au facteur 1;
- β_j est l'ajustement dû au facteur 2;
- τ_{ij} est l'ajustement dû à l'interaction des facteurs;
- ε_{ijk} est l'erreur résiduelle.

Le terme «ajustement» est utilisé au lieu «d'effet d'incrément» comme dans l'Exemple 2, car le modèle mathématique formel n'inclut pas de terme moyen global. De plus, y_{ijk} (ε_{ijk}) est préféré dans cet exemple à y_{ij} (ε_{ij}) afin de reconnaître l'existence potentielle de répliques.

EXEMPLE 4 Un autre modèle formel est:

$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i{}^2} + \varepsilon_i$ $\quad i = 1, 2, \ldots, I$

où

- y_i est la réponse correspondant à x_i;
- x_i est le niveau codé ou numérique d'un seul facteur;
- $e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i{}^2}$ représente la réponse moyenne correspondant à x_i;
- ε_i est l'erreur résiduelle.

EXAMPLE 5 The following model applies for a **2^4 factorial design** (3.2.5):

$$\begin{aligned} y_i = {} & \mu + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \beta_4 x_{4i} + \\ & + \beta_{12} x_{1i} x_{1i} + \beta_{13} x_{1i} x_{3i} + \beta_{14} x_{1i} x_{4i} + \beta_{23} x_{2i} x_{3i} + \beta_{24} x_{2i} x_{4i} + \beta_{34} x_{3i} x_{4i} + \\ & + \beta_{123} x_{1i} x_{2i} x_{3i} + \beta_{124} x_{1i} x_{2i} x_{4i} + \beta_{134} x_{1i} x_{3i} x_{4i} + \beta_{234} x_{2i} x_{3i} x_{4i} + \beta_{1234} x_{1i} x_{2i} x_{3i} x_{4i} + \varepsilon_i \end{aligned}$$

where the factor x_{ji} is the coded or numerical level of factor j (j = 1, 2, 3, 4) and observation i (i = 1, 2, ..., n).

This model includes an intercept term (μ), four main effect terms (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}), six two-way interaction terms ($x_{1i}x_{2i}$, $x_{1i}x_{3i}$, $x_{1i}x_{4i}$, $x_{2i}x_{3i}$, $x_{2i}x_{4i}$, and $x_{3i}x_{4i}$), four three-way interaction terms ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}$, $x_{1i}x_{2i}x_{4i}$, $x_{1i}x_{3i}x_{4i}$, $x_{2i}x_{3i}x_{4i}$), one four-way interaction term ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}x_{4i}$) and an residual error (ε_i). Although the factors in the model can be multiplicative to represent interactions, the model itself is linear in the parameters.

NOTE 3 The above description of a model not only applies to the classical linear models with additive error but also to generalized linear models, where the error can be described by a variety of distributions including the binomial, Poisson, exponential, gamma and normal distributions. Linearity occurs in Example 4 with a logarithmic transformation applied to the deterministic part of the function. Although the examples given in this terminological entry are linear in the parameters, this is not intended to suggest that such a case will apply in all experimental design situations.

EXEMPLE 5 Le modèle suivant s'applique pour un **plan factoriel 2^4** (3.2.5):

où le facteur x_{ji} est le niveau codé ou numérique du facteur j (j = 1, 2, 3, 4) et de l'observation i (i = 1, 2, ..., n).

Ce modèle comprend un terme constant (μ), quatre termes d'effets principaux (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}), six termes d'interactions doubles ($x_{1i}x_{2i}$, $x_{1i}x_{3i}$, $x_{1i}x_{4i}$, $x_{2i}x_{3i}$, $x_{2i}x_{4i}$, et $x_{3i}x_{4i}$), quatre termes d'interactions triples ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}$, $x_{1i}x_{2i}x_{4i}$, $x_{1i}x_{3i}x_{4i}$, $x_{2i}x_{3i}x_{4i}$), un terme d'interaction quadruple ($x_{1i}x_{2i}x_{3i}x_{4i}$) et une erreur résiduelle (ε_i). Bien que les facteurs dans le modèle puissent être multiplicatifs pour représenter les interactions, le modèle lui-même est linéaire dans les paramètres.

NOTE 3 La description ci-dessus d'un modèle ne s'applique pas uniquement aux modèles linéaires classiques avec l'addition d'une erreur, mais également aux modèles linéaires généralisés, lorsque l'erreur peut être décrite par un grand nombre de lois incluant les lois binomiale, de Poisson, exponentielle, gamma et normale. La linéarité apparaît dans l'Exemple 4 avec une transformation logarithmique appliquée à la partie déterministe de la fonction. Bien que les exemples donnés dans cet article terminologique soient linéaires dans les paramètres, ceci n'a pas vocation à suggérer que ce cas de figure s'appliquera à toutes les situations de plans d'expériences.

3.1.3
response variable
output variable

variable representing the outcome of an **experiment** (3.1.1)

NOTE 1 The term “dependent variable” is not recommended as a synonym due to potential confusion with “independence” (see ISO 3534-1:2006, 2.4).

NOTE 2 It may be that the response variable is vector-valued because several responses are recorded from each **experimental unit** (3.1.24).

NOTE 3 The response variable is likely influenced by one or more **predictor variables** (3.1.4), the nature of which can be useful in controlling or optimizing the response variable.

3.1.3
variable de réponse
variable de sortie

variable représentant le résultat d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 Le terme «Variable dépendante» n'est pas recommandé comme synonyme en raison de la confusion possible avec «indépendance» (voir l'ISO 3534-1:2006, 2.4).

NOTE 2 Il se peut que la variable de réponse soit vectorielle du fait que plusieurs réponses sont enregistrées sur chaque **unité expérimentale** (3.1.24).

NOTE 3 La variable de réponse est susceptible d'être influencée par une ou plusieurs **variables de prédiction** (3.1.4), dont la nature peut être utile pour maîtriser ou optimiser la variable de réponse.

3.1.4
predictor variable

variable that can contribute to the explanation of the outcome of an **experiment** (3.1.1)

3.1.4
variable de prédiction

variable susceptible de contribuer à l'explication du résultat d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 A predictor variable can be used to model the impact of a categorical factor, e.g. at two levels. For multiple levels of a factor, two or more predictor variables can be devised to represent the distinct categorical levels.

NOTE 2 A predictor variable can include a random element in it or it can, for example, be from a set of qualitative classes which can be observed or assigned without random error.

NOTE 3 The term “predictor variable” is typically used in the development of a mathematical relationship among the **response variable** (3.1.3) and the available predictor variable(s) or functions of predictor variables. The term “factor” tends to be used operationally as a means to assess the response variable as particular factors vary.

NOTE 4 “Independent variable” is not recommended as a synonym due to potential confusion with “independence” (see ISO 3534-1:2006, 2.4). Other terms sometimes substituted for predictor variable include “input variable”, “descriptor variable” and “explanatory variable”.

NOTE 1 Une variable de prédiction peut être utilisée afin de modéliser l'impact d'un facteur qualitatif, par exemple, à deux niveaux. Pour les niveaux multiples d'un facteur, deux variables de prédiction ou plus peuvent être construites afin de représenter les différentes modalités du facteur qualitatif.

NOTE 2 Une variable de prédiction peut comporter un élément aléatoire ou peut être, par exemple, un ensemble de classes de qualité qui peuvent être observées ou affectées sans erreur aléatoire.

NOTE 3 Le terme «variable de prédiction» est généralement utilisé dans des contextes impliquant une relation mathématique entre la **variable de réponse** (3.1.3) et une (des) variable(s) de prédiction ou des fonctions de variables de prédiction. Le terme facteur a tendance à être utilisé dans la pratique comme un moyen d'évaluer la variable de réponse lorsque des facteurs particuliers varient.

NOTE 4 Le terme «variable indépendante» n'est pas recommandé comme synonyme en raison de la confusion possible avec «indépendance» (voir l'ISO 3534-1:2006, 2.4). Les autres termes parfois utilisés en remplacement de variable de prédiction comprennent «variable d'entrée», «variable descriptive» et «variable explicative».

3.1.5
factor

⟨design of experiments⟩ feature under examination as a potential cause of variation

NOTE 1 The extent to which a given factor can be controlled dictates its potential role in a designed experiment. Factors can be controllable (fixed), modifiable (controllable only for short duration or at considerable expense) or uncontrollable (random).

NOTE 2 A factor could be associated with the creation of **blocks** (3.1.25).

3.1.5
facteur

⟨plans d'expériences⟩ propriété étudiée comme cause potentielle de variation

NOTE 1 Le degré auquel une variable de prédiction donnée peut être maîtrisée détermine son rôle potentiel dans une expérience planifiée. Les facteurs sont susceptibles d'être maîtrisés (fixes), modifiables (maîtrisés uniquement pendant une courte période ou à un coût considérable) ou non maîtrisés (aléatoires).

NOTE 2 Un facteur peut être associé à la création de **blocs** (3.1.25).

3.1.6
residual error
error term

random variable representing the difference between the **response variable** (3.1.3) and its prediction based on an assumed **model** (3.1.2)

NOTE 1 The predicted value of the response variable is based upon an assumed model, the parameters of which are estimated from the data. The residual error is that part of the response variable that is unexplained by those predictor variables, which have been included in the model, and may be due to both systematic and chance causes.

NOTE 2 For the purpose of this definition, the term “predicted response value” is understood to be the estimated response for that **experimental treatment**

3.1.6
erreur résiduelle
terme d'erreur

variable aléatoire représentant la différence entre la **variable de réponse** (3.1.3) et sa prédiction sur la base d'un **modèle** présumé (3.1.2)

NOTE 1 La valeur prévue de la variable de réponse est fondée sur un modèle présumé, dont les paramètres sont estimés à partir des données. L'erreur résiduelle est la partie de la variable de réponse qui n'est pas expliquée par ces variables de prédiction, qui sont incluses dans le modèle, et peut être due à des causes fortuites ou systématiques.

NOTE 2 Dans cette définition, le terme «valeur prévue de la réponse» s'entend comme étant la réponse du **traitement expérimental** (3.1.13) estimée à partir du

(3.1.13) determined from the empirical model derived from the data of the **experiment** (3.1.1) using the assumed model.

NOTE 3 Residual error includes **pure random error** (3.1.9) and **misspecification error** (3.1.10). The expectation of the residual error is assumed to be zero.

NOTE 4 The variance of the residual error is usually estimated in an experiment by subtracting the pooled sum of squares for terms included in the assumed model from the total sum of squares and dividing by the corresponding difference in **degrees of freedom** (3.1.32).

NOTE 5 The term "residual error" is used in practice in two different ways. For this part of ISO 3534, the term is used as a random variable associated with the difference between the response variable which is a random variable and the prediction of the response variable which is based on an assumed model.

NOTE 6 In cases in which the residual error is estimated from data, the terms sample residual error or empirical residual error are used.

EXAMPLE Consider a simple model $y = \mu + \beta x + \varepsilon$. If $\hat{\mu}$ and $\hat{\beta}$ were the estimators of μ and β respectively, then $y - \hat{\mu} - \hat{\beta}x$ is the residual error given the predictor variable x.

modèle empirique déduit des résultats de **l'expérience** (3.1.1) en utilisant le modèle présumé.

NOTE 3 L'erreur résiduelle inclut **l'erreur aléatoire pure** (3.1.9) et **l'erreur de mauvaise spécification** (3.1.10). L'espérance mathématique de l'erreur résiduelle est supposée être nulle.

NOTE 4 La variance de l'erreur résiduelle est généralement calculée en soustrayant de la somme totale des carrés la somme des carrés imputables à chacun des termes inclus dans le modèle présumé, puis en divisant la différence ainsi obtenue par le nombre de **degrés de liberté** (3.1.32).

NOTE 5 Le terme «erreur résiduelle» est utilisé en pratique de deux manières différentes. Pour la présente partie de l'ISO 3534, le terme est utilisé en tant que variable aléatoire associée à la différence entre la variable de réponse qui est une variable aléatoire et la prédiction de la variable de réponse qui est fondée sur un modèle présumé.

NOTE 6 Lorsque l'erreur résiduelle peut est estimée à partir des données, les termes «erreur résiduelle de l'échantillon» ou «erreur résiduelle empirique» sont utilisés.

EXEMPLE Considérer un modèle simple $y = \mu + \beta x + \varepsilon$. Si $\hat{\mu}$ et $\hat{\beta}$ étaient les estimations de μ et de β, respectivement, alors $y - \hat{\mu} - \hat{\beta}x$ est l'erreur résiduelle étant donnée la variable de prédiction x.

3.1.7
residual

observed value of the **residual error** (3.1.6)

EXAMPLE 1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ is a residual corresponding to the model in Example 2 from 3.1.2.

EXAMPLE 2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ is a residual corresponding to the model in Example 3 from 3.1.2.

EXAMPLE 3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ is a residual corresponding to the model in Example 4 from 3.1.2.

3.1.7
résidu

valeur observée de l'**erreur résiduelle** (3.1.6)

EXEMPLE 1 $y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 2 donné en 3.1.2.

EXEMPLE 2 $y_{ijk} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_j - \hat{\tau}_{ij}$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 3 donné en 3.1.2.

EXEMPLE 3 $y_i - e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + \hat{\beta}_2 x_i^2}$ est un résidu correspondant au modèle de l'Exemple 4 donné en 3.1.2.

3.1.8
variance component

part of the total variance of a **response variable** (3.1.3)

NOTE 1 A variance component can be either an individual variance component that is part of the overall variability of the response variable or it could be due to a random variable when modelling the response variable as a sum of independent error terms.

NOTE 2 Other models can be envisaged that include nested (see 3.2.21) or crossed factors (see 3.2.1).

3.1.8
composante de la variance

partie de la variance totale d'une **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE 1 Une composante de variance peut être soit une composante de variance individuelle faisant partie de la variabilité globale de la variable de réponse ou elle peut être due à une variable aléatoire lors de la modélisation de la variable de réponse comme une somme indépendante de termes d'erreur.

NOTE 2 D'autres modèles, qui incluent les facteurs emboîtés (voir 3.2.21) ou les facteurs croisés (voir 3.2.1), peuvent être envisagés.

NOTE 3 In the simplest case, it is conceivable to imagine a model in which the variance of the residual error is the sole variance component (e.g. an experiment where no factors are varied and the experiment consists of repeated measurements on a single unit).

EXAMPLE In the **model** (3.1.2), $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ where τ_i is a **factor level** (3.1.12) chosen at random from an infinite set of **predictor variable** (3.1.4) values, ε_{ij} is the residual error and the distributions of τ_i and ε_{ij} are independent; both τ_i and ε_{ij} are random variables. Once the random selection from the infinite set of possible levels is made, then analysis proceeds on the basis of the realizations of τ_i. In view of the probabilistic structure, it is reasonable to consider an equation involving the variances: $\mathrm{Var}\left(y_{ij}\right) = \mathrm{Var}\left(\tau_i\right) + \mathrm{Var}\left(\varepsilon_{ij}\right)$, the right hand side denotes $\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2$. Symbolically, σ_τ^2 and σ_ε^2 are the variance components of y_{ij}.

NOTE 3 Dans le cas le plus simple, il est concevable d'imaginer un modèle dans lequel la variance de l'erreur résiduelle est la seule composante de variance (par exemple, une expérience dans laquelle aucun facteur ne varie et qui consiste à effectuer des mesures répliquées d'une seule unité).

EXEMPLE Dans le **modèle** (3.1.2), $y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, où τ_i est un **niveau de facteur** (3.1.12) choisi au hasard dans un ensemble infini de valeurs de **variable de prédiction** (3.1.4), ε_{ij} est l'erreur résiduelle et les distributions de τ_i et ε_{ij} sont indépendantes; τ_i and ε_{ij} sont toutes deux des variables aléatoires. Une fois le choix aléatoire effectué dans l'ensemble infini des niveaux possibles, l'analyse s'effectue alors sur la base des réalisations de τ_i. En observant la structure probabiliste, il est raisonnable de considérer une équation impliquant les variances: $\mathrm{Var}\left(y_{ij}\right) = \mathrm{Var}\left(\tau_i\right) + \mathrm{Var}\left(\varepsilon_{ij}\right)$, le membre de droite étant noté $\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2$. Symboliquement, σ_τ^2 et σ_ε^2 sont les composantes de la variance de y_{ij}.

3.1.9
pure random error
pure error
part of the **residual error** (3.1.6) associated with replicated observations

NOTE 1 It is a common characteristic of **experiments** (3.1.1) that, when repeated, results vary from trial to trial, although the experimental materials, environmental conditions and the experimental operations have been carefully controlled. Thus, pure random error is a common occurrence in spite of the best efforts of the experimenter. This variation introduces a degree of uncertainty into conclusions drawn from the results, and consequently, should be considered when reaching decisions.

NOTE 2 If only the **centre point** (3.1.39) in an **experimental design** (3.1.28) were replicated, then the sample variance of responses at the centre point provides an estimate of the variance of the pure error. If **replicates** (3.1.36) took place at multiple treatment combinations, then an overall estimate of the variance of the pure error can be achieved by pooling the estimates at these **experimental treatments** (3.1.13).

EXAMPLE Returning to Example 3 in 3.1.2, an estimate of the variance of pure error for fixed (i, j) is $\frac{1}{n_{ij}-1}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left(y_{ijk}-\bar{y}_{ij}\right)^2$ where $\bar{y}_{ij} = \frac{1}{n_{ij}}\sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}$. If replicates occurred at each (i, j) combination, a pooled estimate of the variance of pure error would be of the form $\frac{1}{N-IJ}\sum_{i,j,k}\left(y_{ijk}-\bar{y}_{ij}\right)^2$

where $i = 1,\ldots, I$; $j = 1,\ldots, J$; $k = 1,\ldots, n_{ij}$; $N = \sum_{i,j} n_{ij}$.

NOTE 3 The term “pure error” is used in practice in two different ways. For this part of ISO 3534, the term is used as a random variable and refers to a population variance (σ^2) in association with a mathematical model. From the

3.1.9
erreur aléatoire pure
erreur pure
partie de l'**erreur résiduelle** (3.1.6) associée aux observations répliquées

NOTE 1 La non-constance des résultats est une caractéristique commune à toutes les **expériences** (3.1.1), lorsque celles-ci sont répliquées, même si les matériaux expérimentaux, les conditions d'environnement et les opérations expérimentales sont soigneusement contrôlés. En outre, l'erreur aléatoire pure est une occurrence fréquente malgré les plus grands efforts des personnes qui réalisent les expériences. Cette erreur introduit un degré d'incertitude dans les conclusions tirées des résultats; par conséquent, il convient de la prendre en considération lorsqu'on prend des décisions.

NOTE 2 Si seul le **point central** (3.1.39) d'un plan **d'expériences** (3.1.28) est répliqué, la variance empirique des réponses au point central fournit une estimation de la variance de l'erreur pure. Lorsque les **répliques** (3.1.36) concernent de multiples combinaisons de traitements, une estimation globale de la variance de l'erreur pure peut alors être réalisée par groupement des estimations pour ces **traitements expérimentaux** (3.1.13).

EXEMPLE En se référant à l'Exemple 3 donné en 3.1.2, une estimation de la variance de l'erreur pure pour les valeurs (i, j) fixées est $\frac{1}{n_{ij}-1}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left(y_{ijk}-\bar{y}_{ij}\right)^2$ où

$\bar{y}_{ij} = \frac{1}{n_{ij}}\sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}$. Lorsque les répliques se produisent à chaque combinaison (i, j), une estimation combinée de la variance de l'erreur pure peut être exprimée sous la forme $\frac{1}{N-IJ}\sum_{i,j,k}\left(y_{ijk}-\bar{y}_{ij}\right)^2$

mathematical perspective, the pure error can be construed as ε_{ij} in Example 2, as ε_{ijk} in Example 3, and ε_i in Example 4 all from 3.1.2.

NOTE 4 In cases in which the pure error can be estimated from data (i.e. there are replicates), pure error actually refers to the “sample” or “empirical” pure error which in conjunction with the estimated **residual error** (3.1.6) provides the basis for a lack of fit test of the model. If the estimated residual error based on a model is reasonably close to the estimated pure error, then the model does not exhibit substantial lack of fit. Since the residual error includes all sources of variation for the difference between response variable and the predictive model, the residual error includes the contribution of pure error. Of the examples illustrating models in 3.1.2, only Example 3 having replicates would facilitate direct estimation of the pure error.

où $i = 1,..., I; j = 1,..., J; k = 1,..., n_{ij};\ N = \sum_{i,j} n_{ij}$.

NOTE 3 Le terme «erreur pure» est utilisé en pratique de deux manières différentes. Pour la présente norme, le terme est utilisé comme une variable aléatoire et se réfère à une variance de population (σ^2) associée à un modèle mathématique. D'un point de vue mathématique, l'erreur pure peut être interprétée comme la valeur ε_{ij} dans l'Exemple 2, la valeur ε_{ijk} dans l'Exemple 3 et la valeur ε_i dans l'Exemple 4 du 3.1.2.

NOTE 4 Lorsque l'erreur pure peut être estimée à partir des données (c'est-à-dire, lorsqu'il y a des répliques), l'erreur pure se réfère en réalité à l'erreur pure «échantillon» ou «empirique» qui, associée à **l'erreur résiduelle** (3.1.6) estimée, fournit la base d'un test d'inadéquation du modèle. Si l'erreur résiduelle estimée sur la base d'un modèle est raisonnablement proche de l'erreur pure estimée, le modèle ne présente alors pas d'inadéquation substantielle. Étant donné que l'erreur résiduelle inclut toutes les sources de variation pour la différence entre la variable de réponse et le modèle de prédiction, l'erreur résiduelle inclut la contribution de l'erreur pure. Parmi les exemples qui illustrent les modèles donnés en 3.1.2, seul l'Exemple 3 présentant des répliques facilite l'estimation directe de l'erreur pure.

3.1.10
misspecification error

part of the **residual error** (3.1.6) not accounted for by **pure random error** (3.1.9)

NOTE 1 Misspecification error can be attributed to **predictor variables** (3.1.4) or a function of the predictor variables that are erroneously omitted from the model of the **response variable** (3.1.3).

NOTE 2 There could be non-attributable factors including fixed or random factors that may not have been incorporated in the model. This occurs, for example, if the true model is quadratic but the fitted model is linear. As being unknown to the experimenter, these factors are effectively included in the variation from one trial to the next. Inherent factors that actually impact the response variable but were omitted in the model could lead to systematic errors in the experimental results. It may be possible to mitigate this problem through careful selection of the model and by **randomization** (3.1.30).

NOTE 3 Of related interest to **residual error** (3.1.6), **pure random error** (3.1.9) and misspecification error are the terms repeatability standard deviation (ISO 3534-2:2006, 3.3.7) and reproducibility standard deviation (ISO 3534-2:2006, 3.3.12) which apply in the experimental design context directly if the actual design of the experiment is in accordance with repeatability conditions (ISO 3534-2:2006, 3.3.6) or reproducibility conditions (ISO 3534-2:2006, 3.3.11), respectively.

EXAMPLE Returning to Example 2 of 3.1.2, which consists of a two-factor experiment involving factors A and B, experimental error will be manifested in the run-to-run variability at replicated treatment combinations and

3.1.10
erreur de mauvaise spécification

partie de l'**erreur résiduelle** (3.1.6) non prise en compte par l'**erreur aléatoire pure** (3.1.9)

NOTE 1 L'erreur de mauvaise spécification peut être attribuée aux **variables de prédiction** (3.1.4) ou une fonction de variables de prédiction qui sont omises par erreur du modèle de la **variable de réponse** (3.1.3).

NOTE 2 Il se peut que des facteurs non attribuables, y compris des facteurs fixes ou aléatoires, n'aient pas été incorporés dans le modèle. Cela se produit par exemple lorsque le vrai modèle est quadratique mais que le modèle supposé est linéaire. Étant inconnus de l'expérimentateur, ces facteurs sont effectivement inclus dans la variation d'un essai à l'autre. Les facteurs intrinsèques qui ont réellement une incidence sur la variable de réponse, mais sont omis dans le modèle, peuvent entraîner des erreurs systématiques dans les résultats expérimentaux. Il est possible d'atténuer ce problème par une sélection attentive du modèle et une **randomisation** (3.1.30).

NOTE 3 Les termes **erreur résiduelle** (3.1.6), **erreur aléatoire pure** (3.1.9) et erreur de mauvaise spécification (ISO 3534-2:2006, 3.3.7) sont intéressants relativement à l'erreur expérimentale (ISO 3534-2:2006, 3.3.12) et s'appliquent directement dans le contexte de plan d'expériences lorsque le plan réel d'expériences est respectivement conforme aux «conditions de répétabilité» (ISO 3534-2:2006, 3.3.6) ou aux «conditions de reproductibilité» (ISO 3534-1:2006, 3.3.11).

EXEMPLE Si l'on se reporte à l'Exemple 2 du 3.1.2, qui concerne une expérience à deux facteurs impliquant les facteurs A et B, l'erreur expérimentale se manifestera through the overall variability that could be impacted by systematic trends over time as the experiment is conducted.

dans la variabilité d'un cycle à l'autre avec des combinaisons de traitements répliquées et dans la variabilité globale qui peut être influencée par des tendances systématiques dans le temps au cours de l'expérience.

3.1.11
design region
design space
set of allowable values for the **predictor variables** (3.1.4)

NOTE In some situations, the design region is determined by the range of the individual predictor variables and is rectangular (or hyper-rectangular in higher dimensions). However, if the range of one predictor variable could influence the reasonable values of another predictor variable, then the region need not be rectangular. For example, in the simple case of an **experiment** (3.1.1) in baking a cake, the duration in the oven logically depends on the temperature setting.

3.1.11
domaine expérimental
espace du plan
ensemble de valeurs admissibles pour les **variables de prédiction** (3.1.4)

NOTE Dans certaines situations, le domaine expérimental est déterminé par la plage des variables de prédiction individuelles et est rectangulaire (ou hyper-rectangulaire dans de plus grandes dimensions). Néanmoins, si la plage d'une variable de prédiction peut influencer les valeurs raisonnables d'une autre variable de prédiction, la zone ne doit alors pas nécessairement être rectangulaire. Par exemple, dans le cas simple d'une **expérience** (3.1.1) de cuisson d'un gâteau, le temps de séjour dans le four dépend du réglage de la température.

3.1.12
factor level
setting, value or assignment of a **factor** (3.1.5)

NOTE 1 The factor levels can be represented through the values of the **predictor variables** (3.1.4) in the model.

NOTE 2 Responses observed at the various levels of a factor provide information for determining the effect of the factor within the range of levels of the **experiment** (3.1.1). Extrapolation beyond the range of these levels is usually inappropriate without a firm basis for assuming **model** (3.1.2) relationships. Interpolation within the range may depend on the number of levels and the spacing of these levels. It is usually reasonable to interpolate, although it is possible to have discontinuous or multi-modal relationships that cause abrupt changes within the range of the experiment. The levels may be limited to certain selected fixed values (whether these values are or are not known) or they may represent purely random selection over the range to be studied.

EXAMPLE The nominal levels of a catalyst may be presence and absence. The nominal-scale variable for a laboratory can have levels A, B and C, corresponding to three facilities. Four levels of a heat treatment may be 100 °C, 120 °C, 140 °C and 160 °C.

3.1.12
niveau de facteur
mise en œuvre, valeur ou affectation d'un **facteur** (3.1.5)

NOTE 1 Les niveaux d'un facteur peuvent être représentés par les valeurs des **variables de prédiction** (3.1.4) dans le modèle.

NOTE 2 Les réponses obtenues aux différents niveaux d'un facteur fournissent des informations sur l'effet du facteur dans le domaine de variation étudié du plan **d'expériences** (3.1.1). Une extrapolation hors de ce domaine est généralement inadéquate, à moins que l'on ait de solides raisons d'admettre l'existence d'un **modèle** (3.1.2) de relation fonctionnelle. L'interpolation à l'intérieur du domaine peut dépendre du nombre de niveaux et de leur répartition. Elle est généralement raisonnable, bien qu'il puisse exister des relations discontinues ou multimodales entraînant des changements brusques à l'intérieur même du domaine étudié. Les niveaux peuvent être soit limités à certaines valeurs délibérément choisies (que celles-ci soient ou non connues), soit résulter d'une sélection purement aléatoire à l'intérieur du domaine à étudier.

EXEMPLE Les niveaux nominaux d'un catalyseur peuvent être sa présence ou son absence. La variable d'échelle nominale d'un laboratoire peut avoir des niveaux A, B et C, correspondant à trois installations. Quatre niveaux d'un traitement thermique peuvent être 100 °C, 120 °C, 140 °C et 160 °C.

3.1.13
run
experimental treatment
〈design of experiments〉 specific settings of every **factor** (3.1.5) used on a particular **experimental unit** (3.1.24)

NOTE Ultimately, the impact of the factors will be captured through their representation in the **predictor variables** (3.1.4) and the extent to which the model matches the outcome of the **experiment** (3.1.1).

EXAMPLE Consider a chemical process **experiment** (3.1.1) in which a high yield is the objective and the predictor variables are temperature, duration, and concentration of a catalyst. A run could be a setting of temperature of 350 ˚C, thirty minutes duration and 10 % concentration of the catalyst, assuming that all of these settings are permissible.

3.1.13
traitement
traitement expérimental
〈plans d'expériences〉 mise en œuvre spécifique de chaque **facteur** (3.1.5) utilisé sur une **unité expérimentale** (3.1.24) particulière

NOTE En dernier lieu, l'impact des facteurs est déterminé par leur représentation dans les **variables de prédiction** (3.1.4) et par la mesure dans laquelle le modèle correspond au résultat de l'**expérience** (3.1.1).

EXEMPLE Considérons une **expérience** (3.1.1) de traitement chimique dont l'objectif est d'atteindre un haut rendement et dans laquelle les variables de prédiction sont la température, la durée et la concentration de catalyseur. Un traitement pourrait être la mise en œuvre d'une température de 350 °C pendant une durée de trente minutes avec une concentration de catalyseur de 10 %, en supposant que tous ces paramètres soient admissibles.

3.1.14
factor effect
factor (3.1.5) that influences the **response variable** (3.1.3)

NOTE Factor effects can include **main effects** (3.1.15), **dispersion effects** (3.1.16) and **confounded effects** (3.1.18).

3.1.14
effet de facteur
influence d'un **facteur** (3.1.5) sur la **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE Les effets de facteurs peuvent comprendre des **effets principaux** (3.1.15), des **effets de dispersion** (3.1.16) et des **effets confondus** (3.1.18).

3.1.15
main effect
factor effect (3.1.14) applicable in the context of linearly structured models with respect to expectation

NOTE 1 Linear structured models include additive, linear models which in turn include the class of models related to **factorial experiments** (3.2.1) and **fractional factorial experiments** (3.2.3). Main effects are mostly readily understood in a model with zero interactions.

NOTE 2 The main effect can be estimated by averaging the response variable over all other runs provided the experiment is fully balanced.

NOTE 3 For a factor with two levels, the main effect relates to the change in the response between levels. If the levels are designated –1 (for low) and +1 (for high), then the main effect of the factor is estimated as the average response when the factor level is +1, minus the average response when the factor level is –1. Consider the model:

$$y = \mu + \beta X + \varepsilon$$

where y, μ and ε are as in the Example to 3.1.6, X is +1 or –1 as just described, and β represents the adjustment for the factor X. Note that an estimate of β is equal to one

3.1.15
effet principal
effet de facteur (3.1.14) applicable dans le contexte de modèles linéaires par rapport à l'espérance mathématique

NOTE 1 Les modèles linéaire structurés comprennent les modèles linéaires additifs qui à leur tour comprennent la classe des modèles associés aux **plans factoriels** (3.2.1) et aux **plans factoriels fractionnaires** (3.2.3). Les effets principaux sont plus rapidement appréhendés dans un modèle sans interactions.

NOTE 2 L'effet principal peut être estimé par la variable de réponse moyennée sur tous les autres traitements à condition que le plan soit complètement équilibré.

NOTE 3 Pour un facteur à deux niveaux, l'effet principal est lié à la variation de la réponse entre les niveaux. Lorsque les niveaux sont désignés par –1 (pour inférieur) et +1 (pour supérieur), l'effet principal du facteur est alors estimé comme la réponse moyenne lorsque le niveau de facteur est +1 moins la réponse moyenne lorsque le niveau de facteur est –1. Considérons le modèle:

$$y = \mu + \beta X + \varepsilon$$

half the main effect for the factor X. If β were equal to zero, then X does not affect the mean of the response variable (it is the same regardless of the level of X being +1 or –1) so that the main effect of X is zero.

où y, μ et ε sont tels que décrits dans l'Exemple du 3.1.6, X est +1 ou –1 comme décrit ci-dessus, et β représente l'ajustement pour le facteur X. Noter qu'une estimation de β est égale à la moitié de l'effet principal pour le facteur X. Si β était égal à zéro, alors X n'affecterait pas la moyenne de la variable de réponse (qui est la même quel que soit le niveau de X, +1 ou –1) de sorte que l'effet principal de X serait zéro.

3.1.16
dispersion effect

factor effect (3.1.14) in the context of linearly structured models with respect to variation

NOTE It is important to recognize that a **dispersion effect** (3.1.16) could be significant, whereas the main effect corresponding to the same factor could have little impact. This situation affords the opportunity to achieve low variability or consistency in the responses by using a factor that does not necessarily impact the overall level of the response.

3.1.16
effet de dispersion

effet de facteur (3.1.14) applicable dans le contexte de modèles linéaires par rapport à la variation

NOTE Il est important de reconnaître qu'un **effet de dispersion** (3.1.16) peut être significatif, tandis que l'effet principal correspondant au même facteur peut avoir un impact négligeable. Ceci permet d'obtenir des réponses à faible variabilité ou cohérence en utilisant un facteur qui n'a pas nécessairement d'impact sur le niveau global de la réponse.

3.1.17
interaction

influence of one **factor** (3.1.5) on one or more other factors' impact on the **response variable** (3.1.3)

NOTE 1 An interaction is present if the apparent influence of one factor on the **response variable** (3.1.1) depends upon one or more other factors. In such a situation, these two (or more) factors are said to interact. Interactions can be incorporated into the **model** (3.1.2) by defining a new predictor variable that is a function of two or more factors. An interaction reflects the dependence of the level of one factor on the level(s) of another or other factors by providing the differential comparison of the responses for each level of the factor on each of the levels of the other factor(s).

NOTE 2 Interaction indicates an inconsistency of the **main effect** (3.1.15) of a factor on the response variable depending on the level of another factor. Figure 1 indicates these phenomena ranging from very strong interaction, to limited interaction, to no interaction. The presence of an interaction ought to be assessed in relation its estimated uncertainty via an appropriate test of significance.

NOTE 3 Interactions are considered initially involving only two factors and are referred to as either two-way interactions or first order interactions. Of course, it is possible that three factors, for example A, B, and C, interact in the sense that the first order interaction of AB depends on the level of factor C. In this case, there is a second order interaction. Similarly, third, fourth, and higher order interactions can be conceived. First order interactions are relatively easy to explain graphically and in words compared to higher-order interactions.

3.1.17
interaction

influence d'un **facteur** (3.1.5) sur un ou plusieurs autres facteurs d'influence sur la **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE 1 Une interaction est présente lorsque l'influence apparente d'un facteur sur la **variable de réponse** (3.1.1) dépend du ou des niveaux pris par un ou plusieurs autres facteurs. Dans une telle situation, ces deux (ou plus) facteurs sont dits interagir. Les interactions peuvent être incorporées dans le **modèle** (3.1.2) en définissant une variable dépendant de deux facteurs ou plus. Une interaction reflète la dépendance de l'effet d'un facteur du (des) niveau(x) d'un ou de plusieurs autres facteurs en assurant une comparaison différentielle des réponses pour chaque niveau du facteur à chacun des niveaux du ou des autres facteurs.

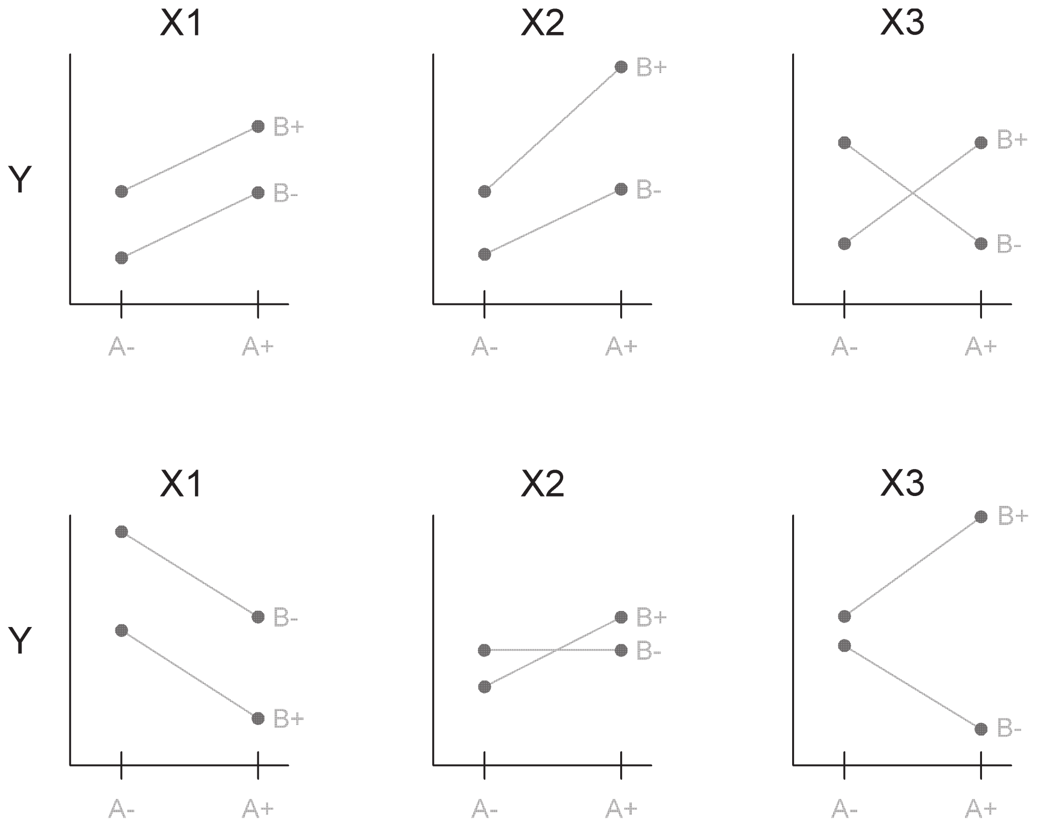
NOTE 2 L'interaction indique une incohérence de l'**effet principal** (3.1.15) d'un facteur sur la variable de réponse selon le niveau d'un autre facteur. La Figure 1 illustre des phénomènes allant d'une très forte interaction à l'absence d'interaction en passant par une interaction limitée. La présence d'une interaction doit être évaluée selon son degré d'incertitude par un test de signification.

NOTE 3 Au départ, on considère que les interactions n'impliquent que deux facteurs et qu'elles sont des interactions doubles ou de premier ordre. Évidemment, il est possible que trois facteurs, à savoir A, B, et C, interagissent dans le sens où l'interaction de premier ordre AB dépend du niveau du facteur C. Dans ce cas, il existe une interaction de second ordre. De façon similaire, il est possible de concevoir des interactions de troisième ordre, de quatrième ordre et d'ordre supérieur. Les interactions de premier ordre sont relativement

NOTE 4 Example 3 in 3.1.2 provides a formal model representation of an **experiment** (3.1.1) with two factors and the two-way or first order interaction τ_{ij} between them.

faciles à expliquer graphiquement et textuellement comparé aux interactions d'ordre supérieur.

NOTE 4 L'Exemple 3 en 3.1.2 donne une représentation de modèle formel d'une **expérience** (3.1.1) avec deux facteurs et l'interaction double ou de premier ordre τ_{ij} entre eux.



Key

Y Response

X1 No interaction

X2 Limited interaction

X3 Very strong interaction

Légende

Y Réponse

X1 Pas d'interaction

X2 Interaction moyenne

X3 Interaction forte

Figure 1 — Interaction plots

Figure 1 — Tracés d'interactions

3.1.18
confounded effect

factor effect (3.1.14) that is indistinguishable from another factor effect

NOTE A confounded effect is sometimes created at the design stage in order to accommodate **blocks** (3.1.25) or to introduce another factor without increasing the number of **experimental units** (3.1.24) under consideration. A confounded effect could be a high order **interaction** (3.1.17).

EXAMPLE Consider a $\mathbf{2^3}$ **full factorial design** (3.2.5) with three factors A, B and C. A fourth factor D can be introduced by setting its **factor level** (3.1.12) equal to the

3.1.18
effet confondu

effet de facteur (3.1.14) ne pouvant pas être distingué de l'effet d'un autre facteur

NOTE Un effet confondu est parfois créé au stade de la conception afin de s'adapter à des **blocs** (3.1.25) ou pour introduire un autre facteur sans augmenter le nombre d'**unités expérimentales** (3.1.24) considérées. Un effet confondu pourrait être une **interaction** (3.1.17) d'ordre élevé.

EXEMPLE Considérons un **plan factoriel complet** $\mathbf{2^3}$ (3.2.5) avec trois facteurs A, B et C. Un quatrième facteur D peut être introduit en fixant son **niveau de facteur** product of the levels of A, B, and C (assuming the levels of each factor are coded as −1 or +1). Factor D could be used as a block to conduct the experiment over a two day period. Values of D determine the day that the corresponding four runs will be conducted (D = −1 implies Monday; D = +1 implies Tuesday); see Table 1. In this case, the factor D is confounded with the three-way interaction ABC.

(3.1.12) à une valeur égale au produit des niveaux de A, B, et C (en supposant que les niveaux de chaque facteur soient codés −1 ou +1). Le facteur D pourrait être utilisé comme un bloc pour mener l'expérience sur une période de deux jours. Les valeurs de D déterminent le jour où les quatre traitements correspondants seront effectués (D = −1 signifie Lundi; D = +1 signifie Mardi); voir le Tableau 1. Dans ce cas, le facteur D est confondu avec l'interaction triple ABC.

Table 1 — Experimental plan for blocking on day with 8 trials

Tableau 1 — Plan expérimental pour une mise en blocs basée sur le jour avec 8 essais

A	B	C	$A \times B \times C$	D	**Day of Trial** **Jour de l'essai**
–1	–1	–1	–1	–1	Monday Lundi
+1	–1	–1	+1	+1	Tuesday Mardi
–1	+1	–1	+1	+1	Tuesday Mardi
+1	+1	–1	–1	–1	Monday Lundi
–1	–1	+1	+1	+1	Tuesday Mardi
+1	–1	+1	–1	–1	Monday Lundi
–1	+1	+1	–1	–1	Monday Lundi
+1	+1	+1	+1	+1	Tuesday Mardi

3.1.19
confounding

equating two or more **factor effects** (3.1.14) so as to be indistinguishable from each other

NOTE 1 At the design stage, confounding is an important technique which permits, for example, the effective use of specified **blocks** (3.1.25) in some **designed experiments** (3.1.27). This is accomplished by deliberately pre-selecting certain factor effects [typically high-order **interactions** (3.1.17)] as being of little interest, and arranging the design so that it confounds them with block effects, while keeping the other more important **main effects** (3.1.15) and key interactions free from such complications. Confounding may be deliberately used to diminish the number of trials of the **experimental plan** (3.1.29). Sometimes, however, confounding results from inadvertent changes to a design during the running of an **experiment** (3.1.1) or from incomplete planning of the design, and it serves to diminish, or even to invalidate, the effectiveness of an experiment.

NOTE 2 At the analysis stage, confounding is a device that sacrifices information about **contrasts** (3.1.22) of insignificant effects (typically corresponding to high-order interactions) in order to improve the precision with which more relevant contrasts can be estimated.

3.1.19
concomitance

combinaison de deux ou de plusieurs **effets de facteur** (3.1.14) de sorte qu'ils ne puissent pas être distingués

NOTE 1 Au stade de la conception, la concomitance est une technique importante qui permet, par exemple, l'emploi efficace de **blocs** (3.1.25) spécifiés dans certaines **expériences planifiées** (3.1.27). Elle consiste à choisir volontairement à l'avance certains effets de facteur [en général, des **interactions** (3.1.17) d'ordre élevé] considérés comme de peu d'intérêt, puis à construire le plan de telle façon qu'ils se trouvent confondus avec des effets blocs, tandis que les **effets principaux** (3.1.15) et interactions clés plus importants échappent à la concomitance. La concomitance peut être utilisée volontairement pour réduire le nombre d'essais du **plan expérimental** (3.1.29). Parfois, cependant, la concomitance provient de modifications involontaires intervenant dans le plan au cours du déroulement d'une **expérience** (3.1.1), ou encore d'une planification incomplète; elle a alors pour conséquence de diminuer l'efficacité de l'expérience, ou même de rendre ses résultats sans valeur.

EXAMPLE Continuing with the example of 3.1.18, factor D (equal to ABC) could alternatively be used to determine a new factor which could be investigated along with factors A, B and C using a total of eight **experimental units** (3.1.24).

NOTE 2 Au stade de l'analyse, la concomitance est un dispositif qui sacrifie des informations sur les **contrastes** (3.1.22) d'effets peu significatifs (correspondant généralement à des interactions d'ordre élevé) afin d'améliorer la précision avec laquelle des contrastes plus pertinents peuvent être estimés.

EXEMPLE En reprenant l'exemple du 3.1.18, le facteur D (égal à ABC) pourrait également être utilisé pour un nouveau facteur qui pourrait être étudié en même temps que les facteurs A, B et C en utilisant un total de huit **unités expérimentales** (3.1.24).

3.1.20
alias

⟨experimental design⟩ **factor effect** (3.1.14) that is equal to another factor effect or a function of other factor effects

NOTE A **main effect** (3.1.15) that is deliberately confounded in an **experimen**t (3.1.1) with another factor effect (such as a high order **interaction** (3.1.17) is an alias of that factor effect; the effects are aliases of each other.

EXAMPLE Consider the **2^3 experiment** (3.2.5) involving three **factors** (3.1.5) A, B and C and set $D=AB$ and $E=BC$ where all factors have levels of −1 or +1. With five factors, there are 5 main effects, A, B, C, D and E; there are 10 first-order interactions — AB, AC, ..., DE; there are 10 second-order interactions — ABC, ABD, …, CDE; there are 5 third-order interactions — $ABCD$, $ABCE$, ..., $BCDE$; there is one fourth-order interaction — $ABCDE$. The levels of the factors indicate the settings of these factors in the experiment. In particular, the levels of the factors A, B, C, D and E are required to conduct the experiment. Table 2 provides the levels of these factors as well as the computed levels corresponding to some selected interactions.

3.1.20
aliase

⟨plan d'expérience⟩ **effet de facteur** (3.1.14) qui est totalement confondu avec un autre effet de facteur ou une fonction d'autres effets de facteur

NOTE Un **effet principal** (3.1.15) qui, dans une **expérience** (3.1.1), est volontairement confondu avec un autre effet de facteur tel qu'une **interaction** (3.1.17) d'ordre élevé est une aliase de cet effet de facteur; les effets sont des aliases l'un de l'autre.

EXEMPLE Considérons le **plan d'expérience 2^3** (3.2.5) impliquant trois **facteurs** (3.1.5) A, B et C et fixons D=AB et E=BC où tous les facteurs ont des niveaux de -1 ou +1. Avec cinq facteurs, il y a 5 effets principaux, A, B, C, D et E; il y a dix interactions de premier ordre — AB, AC, …, DE; il y a 10 interactions de second ordre — ABC, ABD, …, CDE; il y a 5 interactions de troisième ordre — $ABCD$, $ABCE$, …, $BCDE$; il y a une seule interaction de quatrième ordre — $ABCDE$. Les niveaux des facteurs indiquent les valeurs de ces facteurs dans l'expérience. En particulier, les niveaux des facteurs A, B, C, D et E sont nécessaires pour mener l'expérience. Le Tableau 2 indique les niveaux de ces facteurs ainsi que les niveaux calculés correspondant à certaines interactions choisies.

Table 2 — Deliberately confounded factor effects

Tableau 2 — Effets de facteur volontairement confondus

A	B	C	D	E	$I=ABD=BCE=ACDE$	$AC=BCD=ABE=DE$	$AE=CD=ABC=BDE$
−1	−1	−1	1	1	1	1	-1
1	−1	−1	−1	1	1	−1	1
−1	1	−1	−1	−1	1	1	1
1	1	−1	1	−1	1	−1	-1
−1	−1	1	1	−1	1	−1	1
1	−1	1	−1	−1	1	1	-1
−1	1	1	−1	1	1	−1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1

The first five columns have aliases, as follows: *A*=*BD*=*ABCE*=*CDE*, *B*=*AD*=*CE*=*ABCDE*, *C*=*ABCD*=*BE*=*ADE*, *D*=*AB*=*BCDE*=*ACE*, and *E*=*ABDE*=*BC*=*ACD*.

The first five columns of Table 2 are all that are needed to conduct the experiment. At the analysis stage, the entries are used to estimate the effects. For example, for factor *A*, the main effect of *A* is the average of the y_i's at the level of +1 for *A* (2nd, 4th, 6th and 8th) minus the average of the y_i's at the level of −1 for A (1st, 3rd, 5th and 7th). Columns in Table 2 with the same entries will produce the same value of an estimated effect. On inspection, columns *D* and *AB* are identical as well as columns *E* and *BC*. Columns *D* and *E* were deliberately constructed in this fashion. Columns *B*, *AD*, *CE* and *ABCDE* are seen to have identical entries and would produce numerically equal effect estimates. Likewise, columns *AC*, *BCD*, *ABE* and *DE* are identical and consequently, these factors are aliases of each other. The entries in Table 2 could be augmented to include all other possible interactions. Upon inspection, it could be seen that aliases occur in groups of 4, as follows: (*I*, *ABD*, *BCE*, *ACDE*), (*A*, *BD*, *ABCE*, *CDE*), (*B*, *AD*, *CE*, *ABCDE*), (*AB*, *D*, *ACE*, *BCDE*), (*C*, *ABCD*, *BE*, *ADE*), (*AC*, *BCD*, *ABE*, *DE*), (*BC*, *ACD*, *E*, *ABDE*), and (*ABC*, *CD*, *AE*, *BDE*).

With five factors, there are a total of 32 effects to be estimated, including the overall mean term (i.e. intercept term) denoted by the capital letter "*I*". Each possible effect is aliased with three other effects.

Les cinq premières colonnes ont des aliases, comme suit: A=BD=ABCE=CDE, B=AD=CE=ABCDE, C=ABCD=BE=ADE, D=AB=BCDE=ACE, and E=ABDE=BC=ACD.

Les cinq premières colonnes du Tableau 2 sont toutes nécessaires pour mener l'expérience. Au stade de l'analyse, les entrées sont utilisées pour estimer les effets. Par exemple, pour le facteur *A*, l'effet principal de *A* est la moyenne des y_i au niveau +1 pour A (2e, 4e, 6e et 8e) moins la moyenne des y_i au niveau −1 pour *A* (1er, 3e, 5e et 7e). Les colonnes du Tableau 2 ayant les mêmes entrées produiront la même valeur d'un effet estimé. A l'examen, les colonnes *D* et *AB* sont identiques tout comme les colonnes *E* et *BC*. Les colonnes *D* et *E* sont volontairement établies de cette manière. Les colonnes *B*, *AD*, *CE* et *ABCDE* ont des entrées identiques et produiront des estimations d'effet numériquement égales. De la même manière, les colonnes *AC*, *BCD*, *ABE* et *DE* sont identiques et, par conséquent, ces facteurs sont des aliases les uns des autres. Les entrées du Tableau 2 pourraient être augmentées pour inclure toutes les autres interactions possibles. A l'examen, on peut constater que les aliases apparaissent par groupes de 4, comme suit: (*I*, *ABD*, *BCE*, *ACDE*), (*A*, *BD*, *ABCE*, *CDE*), (*B*, *AD*, *CE*, *ABCDE*), (*AB*, *D*, *ACE*, *BCDE*), (*C*, *ABCD*, *BE*, *ADE*), (*AC*, *BCD*, *ABE*, *DE*), (*BC*, *ACD*, *E*, *ABDE*), et (*ABC*, *CD*, *AE*, *BDE*).

Avec cinq facteurs, il y a au total 32 effets à estimer, y compris le terme moyen global (c'est-à-dire le terme constant) indiqué par la lettre majuscule «*I*». Chaque effet possible est confondu avec trois autres effets.

3.1.21
curvature

departure from a straight line relationship between the **response variable** (3.1.3) and a **predictor variable** (3.1.4)

NOTE 1 Curvature has meaning with quantitative predictor variables, but not with categorical (nominal) or non-quantitative (ordinal) predictor variables. Detection of curvature requires more than two levels of the factors. In some instances, replicated centre points (the factor set midway between the high and low settings of the factors) can allow the detection and assessment of curvature. Alternatively, an expanded range of the **factor levels** (3.1.12) can be necessary to observe curvature.

NOTE 2 Parabolic curvature can be readily modeled via a form such as:

$$Y = \mu + \beta X + \gamma X^2$$

If γ deviates from zero, there is evidence of parabolic curvature relative to the simple linear relation. More complex models are needed to express more complicated types of curvature.

3.1.21
courbure

écart par rapport à une relation linéaire entre la **variable de réponse** (3.1.3) et une **variable de prédiction** (3.1.4)

NOTE 1 La courbure n'a de sens qu'avec des variables quantitatives de prédiction, mais non avec des variables catégorielles (nominales) ou non quantitatives (ordinales) de prédiction. La détection d'une courbure nécessite plus de deux niveaux pour les facteurs. Dans certaines circonstances, les points centraux dupliqués (chaque facteur étant à mi-chemin entre les valeurs inférieures et supérieures des facteurs) permettent de détecter et d'évaluer la courbure. Alternativement, une plage étendue des **niveaux de facteur** (3.1.12) peut être nécessaire pour observer la courbure.

NOTE 2 La courbure parabolique peut être facilement modélisée par une forme telle que:

$$Y = \mu + \beta X + \gamma X^2$$

Lorsque γ s'écarte de zéro, la courbure parabolique par rapport à une simple relation linéaire est évidente. Des modèles plus complexes sont nécessaires pour exprimer des types de courbures plus compliqués.

3.1.22
contrast
⟨statistics⟩ linear function of the values of the **response variables** (3.1.3) for which the sum of the coefficients is zero when not all coefficients equal to zero

NOTE With observations $y_1, y_2, \ldots, y_n$, the linear function $a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots + a_n y_n = 0$ is a contrast if and only if $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 0$ with not all a_i's equal to zero. The role of contrasts in the design of experiments is to compare and to investigate effects as given in the subsequent examples.

EXAMPLE 1 A factor is applied at three levels and the results are represented by y_1, y_2 and y_3. Among the many possible questions to be asked, consider the difference in responses at the first and third level of the experiment (ignoring temporarily the intermediate level). The appropriate contrast for assessing this query is $-y_1$ and $+y_3$ (i.e. $y_3 - y_1$). If the levels are equally spaced, a second question may be asked as to whether there is evidence that the response pattern shows a quadratic **curvature** (3.1.21) rather than a simple linear trend. Here the average of y_1 and y_3 can be compared to y_2 (i.e. $y_1 - 2\,y_2 + y_3$). (If there were no curvature, y_2 should fall close to the line connecting y_1 and y_3.) This example illustrates a regression type study of continuous variables. It is frequently more convenient to use integers rather than fractions for contrast coefficients. In such a case, the coefficients for Contrast 2 would appear as (−1, +2, −1).

EXAMPLE 2 Another example dealing with discrete levels of a factor may lead to a different pair of questions. Let us suppose there are three sources of supply, one of which, A_1, uses a new manufacturing technique while the other two, A_2 and A_3, use the customary one.

> Question 1: Does vendor A_1 with the new technique seem to differ from A_2 and A_3 using the old one? Contrast y_1 with the average of y_2 and y_3 (i.e. $2\,y_1 - y_2 - y_3$).
>
> Question 2: Do the two suppliers using the customary technique differ? Contrast y_1 with y_3 (i.e. $y_2 - y_3$).The pattern of contrast coefficients is similar to that for the previous problem, though the interpretation of the results will differ.

3.1.22
contraste
⟨statistique⟩ fonction linéaire des valeurs des **variables de réponse** (3.1.3) pour laquelle la somme des coefficients est nulle, sans que tous les coefficients ne soient égaux à zéro

NOTE Les observations étant désignées par $y_1, y_2, \ldots, y_n$, la fonction linéaire $a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots + a_n y_n = 0$ est un contraste si et seulement si $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 0$, tous les a_i n'étant pas nuls. Dans les plans d'expériences, le rôle des contrastes est de comparer et d'étudier les effets comme indiqué dans les exemples suivants.

EXEMPLE 1 Un facteur est appliqué à trois niveaux et les résultats sont représentés par y_1, y_2 et y_3. Parmi les nombreuses questions potentielles qui peuvent se poser, on peut examiner la différence de réponses aux premier et troisième niveaux de l'expérience (en ignorant temporairement le niveau intermédiaire). Le contraste approprié pour évaluer cette question est $-y_1$ et $+y_3$ (c'est-à-dire $y_3 - y_1$). Si les niveaux sont équidistants, une deuxième question peut être de savoir si la structure des réponses fait apparaître de façon évidente une **courbure** (3.1.21) quadratique et non une simple tendance linéaire. Pour cela, la moyenne de y_1 et de y_3 est comparée à y_2 (c'est-à-dire, $y_1 - 2\,y_2 + y_3$). (S'il n'y a pas de courbure, y_2 tombe à proximité de la droite joignant y_1 et y_3). Cet exemple correspond à une étude de régression pour des variables continues. Il est souvent plus commode de prendre comme coefficients de contraste des nombres entiers plutôt que des fractions. Ainsi, dans le cas du contraste 2, on aurait comme coefficients de contraste (−1, +2, −1).

EXEMPLE 2 Un autre exemple, portant sur un facteur à niveaux discrets, peut conduire à une autre paire de questions. C'est le cas, par exemple, d'une fourniture provenant de trois origines dont l'une, A_1, relève d'une nouvelle technique de fabrication, les deux autres, A_2 et A_3, relevant de la technique habituelle.

> Question 1: La fourniture A_1 associée à la nouvelle technique apparaît-elle différente de A_2 et A_3 utilisant l'ancienne technique? On forme le contraste entre y_1 et la moyenne de y_2 et y_3 (c'est-à-dire $2\,y_1 - y_2 - y_3$).
>
> Question 2: Les deux fournisseurs utilisant la technique habituelle diffèrent-ils? On forme le contraste entre y_2 et y_3. Le tableau des coefficients de contraste est semblable à celui du problème précédent, mais l'interprétation des résultats est différente.

3.1.23
orthogonal contrast
set of **contrasts** (3.1.22) whose coefficients satisfy the condition that, if multiplied in corresponding pairs, the sum of the products equals zero

3.1.23
contrastes orthogonaux
ensemble de **contrastes** (3.1.22) dont les coefficients satisfont à la condition que la somme des produits des coefficients qui se correspondent dans l'un et l'autre des contrastes est nulle

NOTE The purpose of orthogonal contrasts is to facilitate independent tests of hypotheses of interest in the experimental situation. In Example 1, the two tests can be conducted independently (one test has no bearing on the other and provided further that the residual error follows a normal distribution). In Example 2, on the other hand, the tests are dependent, indicating for instance, that a rejection in one test could suggest a more likely rejection of the other.

EXAMPLE 1 The following two orthogonal contrasts are given:

		y_1	y_2	y_3
a_{i1}	Contrast 1	–1	0	+1
a_{i2}	Contrast 2	–1	2	–1
a_{i1} a_{i2}		+1	0	–1

$\Sigma\, a_{i1}a_{i2} = 0$, therefore orthogonal

EXAMPLE 2 The following two contrasts are not orthogonal:

		y_1	y_2	y_3
a_{i1}	Contrast 1	–1	0	+1
a_{i2}	Contrast 2	0	–1	+1
a_{i1} a_{i2}		0	0	+1

$\Sigma\, a_{i1}a_{i2} = +1$, therefore not orthogonal

NOTE Les contrastes orthogonaux ont pour but de faciliter des essais indépendants fondés sur des hypothèses d'intérêt dans la situation expérimentale. Dans l'Exemple 1, les deux essais peuvent être réalisés indépendamment (un essai n'a pas d'influence sur l'autre et sous réserve que l'erreur résiduelle suive une loi normale). Dans l'Exemple 2, par contre, les essais sont dépendants, ce qui indique, par exemple, qu'un rejet dans un essai pourrait suggérer un rejet plus probable dans l'autre.

EXEMPLE 1 Les deux contrastes orthogonaux suivants sont donnés:

		y_1	y_2	y_3
a_{i1}	Contraste 1	–1	0	+1
a_{i2}	Contraste 2	–1	2	–1
a_{i1} a_{i2}		+1	0	–1

$\Sigma\, a_{i1}a_{i2} = 0$, par conséquent orthogonal

EXEMPLE 2 Les deux contrastes suivants ne sont pas orthogonaux:

		y_1	y_2	y_3
a_{i1}	Contraste 1	–1	0	+1
a_{i2}	Contraste 2	0	–1	+1
a_{i1} a_{i2}		0	0	+1

$\Sigma\, a_{i1}a_{i2} = +1$, par conséquent non orthogonal

3.1.24
experimental unit

⟨design of experiments⟩ basic unit of the experimental material

NOTE 1 The experimental unit could be the entire manufacturing process in which case a run corresponds to the set up of the process and the **response variable** (3.1.3) (possibly multivariate) corresponds to characteristics of the product. In another situation, the experimental unit could be individual subjects in a study (laboratory animals or human participants) each of which receives a particular experimental treatment.

NOTE 2 In agricultural settings, the basic unit of the experimental material is a plot of land. Although the agricultural setting suggests plot as a natural description of a experimental unit, the concept is more general and can be applied to other contexts. Plot is then replaced by the generic term experimental unit.

3.1.24
unité expérimentale

⟨plans d'expériences⟩ unité de base recevant un traitement

NOTE 1 L'unité expérimentale pourrait être le procédé de fabrication dans son ensemble, auquel cas un traitement correspond à la configuration du procédé et la **variable de réponse** (3.1.3) (éventuellement plusieurs variables) correspond aux caractéristiques du produit. Dans une autre situation, l'unité expérimentale pourrait être les sujets individuels d'une étude (animaux de laboratoire ou participants humains) recevant chacun un traitement expérimental spécifique.

NOTE 2 Dans les environnements agricoles, les unités expérimentales peuvent être des parcelles de terrain. Bien que les environnements agricoles suggèrent de considérer une parcelle de terrain comme une description naturelle d'une unité expérimentale, le concept est plus général et peut être appliqué à d'autres contextes. La parcelle de terrain est alors remplacée par le terme générique «unité expérimentale».

3.1.25
block

collection of **experimental units** (3.1.24)

NOTE 1 To be effective, the blocks should represent sets of experimental units that are homogeneous in some sense. The term “block” originated in agricultural **experiments** (3.1.1) in which a field was subdivided into sections having common conditions, such as exposure to the wind, proximity to underground water or thickness of the arable layer. In other situations, blocks are based on batches of raw material, operators, the number of units studied in a day, and so forth. More generally, blocks can consist of regions of a country, groups of factories, time frames (e.g. shifts in a manufacturing facility) and so forth.

NOTE 2 Generally, recognition of the existence of blocks may affect how the **experimental treatments** (3.1.13) of interest are assigned to experimental units. Operationally, additional “artificial” treatments are created within the **model** (3.1.2) that designate the assignment to blocks. The treatments thus consist of the **factor effects** (3.1.14) of direct interest in the study and the treatments that relate to blocking assignments. The idea is to enhance the possibility of recognizing important factor effects which would otherwise be obscured had the blocks not been established.

3.1.25
bloc

groupement d'**unités expérimentales** (3.1.24)

NOTE 1 Pour être efficaces, il convient que les blocs représentent des ensembles d'unités expérimentales homogènes dans un certain sens. Le terme «bloc» provient des **expériences** (3.1.1) agronomiques dans lesquelles un champ est subdivisé en sections présentant des conditions communes telles que: exposition au vent, proximité d'eau souterraine ou épaisseur de la couche de terre arable. Dans d'autres situations, les blocs sont constitués par des lots de matières premières, des opérateurs, le nombre d'unités étudiées dans une même journée, etc. Plus généralement, les blocs peuvent être constitués de régions d'un pays, de groupes d'usines, de périodes de référence (par exemple, équipes dans des locaux de fabrication), etc.

NOTE 2 En général, le fait de reconnaître l'existence des blocs peut affecter la manière dont les **traitements expérimentaux** (3.1.13) d'intérêt sont affectés aux unités expérimentales. Dans la pratique, des traitements «artificiels» supplémentaires sont créés dans le **modèle** (3.1.2) pour désigner l'affectation aux blocs. Les traitements sont donc constitués des **effets de facteur** (3.1.14) ayant un intérêt direct pour l'étude et des traitements liés aux affectations de mise en blocs. L'objectif est d'améliorer la possibilité de reconnaître des effets de facteur importants qui seraient masqués si des blocs n'avaient pas été établis.

3.1.26
blocking

arrangement of experimental units into **blocks** (3.1.25)

NOTE 1 Within each block, the **residual error** (3.1.6) can be expected to be smaller than would be expected should a similar number of units be randomly assigned to the **experimental treatment** (3.1.13) without regard to blocks.

NOTE 2 Blocks are usually selected to allow for the effects of assignable causes, in addition to those introduced as factors to be studied (factor of primary interests), which it may be difficult, or even impossible to keep constant for all of the experimental units in the complete experiment. The effect of these assignable causes may be minimized within blocks, thus a more homogeneous experiment sub-space is obtained. The analysis of the experimental results must account for the effect of blocking the experiment.

3.1.26
mise en blocs

disposition d'unités expérimentales dans des **blocs** (3.1.25)

NOTE 1 Dans chacun des blocs, on peut s'attendre à ce que **l'erreur résiduelle** (3.1.6) soit moindre que pour un même nombre d'unités aléatoirement affectées au **traitement expérimental** (3.1.13) sans tenir compte des blocs.

NOTE 2 Les blocs sont généralement choisis pour tenir compte, outre celles définies par les facteurs étudiés (facteurs d'intérêt principal), d'autres causes assignables qu'il peut être difficile, voire impossible, de maintenir constantes sur la totalité des unités expérimentales de l'expérience complète. L'effet de ces causes assignables peut être minimisé à l'intérieur des blocs, un sous-espace expérimental plus homogène étant ainsi obtenu. L'analyse des résultats expérimentaux doit tenir compte de l'effet entraîné par la constitution de blocs.

3.1.27
designed experiment

experiment (3.1.1) with an explicit objective and structure of implementation

3.1.27
expérience planifiée

expérience (3.1.1) associée à une structure explicite de mise en œuvre

NOTE 1 The purpose of a properly designed experiment is to provide the most efficient and economical method of reaching valid and relevant conclusions from the experiment.

NOTE 2 Associated with a designed experiment is an **experimental design** (3.1.28) that includes the **response variable** (3.1.3) or variables and the **experimental treatments** (3.1.13) with prescribed **factor levels** (3.1.12). A class of models that relates the response variable to the predictor variables could also be envisaged.

NOTE 1 L'objet d'une expérience convenablement planifiée est de fournir la méthode la plus efficace et la plus économique permettant, à partir de cette expérience, d'obtenir des conclusions valides et pertinentes.

NOTE 2 Une expérience planifiée est associée à un **plan d'expériences** (3.1.28) qui inclut la ou les **variables de réponse** (3.1.3) et les **traitements expérimentaux** (3.1.13) avec des **niveaux de facteur** (3.1.12) prescrits. Il est également possible d'envisager une classe de modèles associant la variable de réponse aux variables de prédiction.

3.1.28
experimental design

assignment of **experimental treatments** (3.1.13) to each **experimental unit** (3.1.24)

NOTE 1 The assignment of experimental treatments could also include the time order or randomized order in which the treatments are applied.

NOTE 2 An experimental design can be considered as a scheme assigning experimental treatments (levels of a factor or a combination of such levels) involved in an experiment to the experimental units. The **design matrix** (3.2.25) includes the specified levels of each factor in the experiment (as well as other columns which give values of the predictor variables used at the analysis stage).

NOTE 3 An experimental design provides the determination as to how the observations/measurements should be taken to answer a research question in a valid, efficient and economical way.

NOTE 4 This definition does not preclude the possibility of designs that are known to be relatively inefficient (e.g. “one-factor-at-a-time” designs are experimental designs according to the definition but that does not suggest that they are to be recommended.

3.1.28
plan d'expérience

affectation de **traitements expérimentaux** (3.1.13) à chaque **unité expérimentale** (3.1.24)

NOTE 1 L'affectation de traitements expérimentaux pourrait aussi inclure l'ordre temporel ou l'ordre aléatoire selon lequel les traitements sont appliqués.

NOTE 2 Un plan d'expériences peut être considéré comme un programme d'affectation à des unités expérimentales de traitements (niveaux d'un facteur ou combinaison de ces niveaux) impliqués dans une expérience. La **matrice de plan** (3.2.25) comprend les niveaux spécifiés de chaque facteur dans le plan (ainsi que d'autres colonnes qui donnent les valeurs des variables de prédiction utilisées à l'étape de l'analyse).

NOTE 3 Un plan d'expériences détermine la manière dont il convient de réaliser les observations/mesures pour répondre de manière valable, efficace et économique à une question de recherche.

NOTE 4 Cette définition n'exclut pas la possibilité de plans connus pour être relativement inefficaces (par exemple les plans dits «un facteur à la fois» qui sont des plans expérimentaux selon la définition mais cela ne signifie pas qu'ils sont à recommander).

3.1.29
experimental plan

specification of the intended procedure for the implementation of an **experiment** (3.1.1)

NOTE 1 The experimental plan should ideally offer the possibility of providing the most efficient and economical method of reaching valid and relevant conclusions from a **designed experiment** (3.1.27). The selection of an appropriate design for an experiment will depend on considerations such as the type of questions to be addressed, the degree of generality to be attached to the conclusions, the magnitude of the effect from which a high probability of detection (power) is desired, the homogeneity of the **experimental units** (3.1.24) and the cost and the method of performing the experiment. The experimental plan establishes a protocol for the conduct of the experiment.

3.1.29
plan expérimental

spécification du mode opératoire prévu pour la mise en œuvre d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE 1 Idéalement, il convient que le plan expérimental permette de fournir la méthode la plus efficace et la plus économique d'atteindre des conclusions valides et pertinentes à partir d'une **expérience planifiée** (3.1.27). Dans une expérience particulière, le choix du plan approprié dépend de nombreuses considérations, telles que la nature des questions auxquelles on désire répondre, le degré de généralité recherché pour les conclusions, l'importance des effets pour lesquels une probabilité élevée de détection (puissance) est souhaitée, l'homogénéité des **unités expérimentales** (3.1.24) et le coût et la méthode d'exécution de l'expérience. Le plan expérimental établit un protocole pour la conduite de l'expérience.

NOTE 2 A properly designed experiment will frequently lead to effective results from relatively simple statistical analysis and interpretation of the results. However, a poorly designed experiment may not meet the experimental objectives in spite of sophisticated analyses of the results.

NOTE 3 The development of an experimental plan can be quite arduous. A detailed description of the process is given in Annex D.

NOTE 2 Une expérience convenablement planifiée donnera fréquemment des résultats efficaces à partir d'une analyse et d'une interprétation statistiques relativement simples des résultats. Cependant, une expérience mal planifiée peut ne pas remplir les objectifs de l'expérience malgré des analyses sophistiquées des résultats.

NOTE 3 L'élaboration d'un plan expérimental peut être relativement ardue. Une description détaillée du processus est donnée dans l'Annexe D.

3.1.30
randomization

strategy in which each **experimental unit** (3.1.24) has an equal chance of being assigned a particular **experimental treatment** (3.1.13)

NOTE 1 Randomization attempts to protect against biases due to causes not taken into account explicitly in the **model** (3.1.2). Randomization may further neutralize potential temporal or spatial effects. The equal chance of assignment could be within a subset of the collection of experimental units.

NOTE 2 From a practical standpoint, sampling without replacement may govern the allocation of experimental units to treatments so that the final experimental unit drawn seemingly is not “randomly” chosen at this stage. However, at the onset of the allocation, each experimental unit had an equal chance of being chosen so that ultimately, a random allocation has occurred.

3.1.30
randomisation

stratégie dans laquelle chaque **unité expérimentale** (3.1.24) a une chance égale de se voir affecter un **traitement expérimental** (3.1.13) particulier

NOTE 1 La randomisation tente de se protéger des biais dus aux causes non prises en compte de manière explicite dans le **modèle** (3.1.2). La randomisation peut aussi neutraliser des effets temporels ou spatiaux potentiels. La même chance d'affectation pourrait concerner un sous-ensemble du groupe d'unités expérimentales.

NOTE 2 D'un point de vue pratique, un échantillonnage sans remise peut déterminer l'affectation d'unités expérimentales à des traitements de sorte que l'unité expérimentale finale apparemment tirée n'est pas choisie «au hasard» à ce stade. Toutefois, au début de l'affectation, chaque unité expérimentale a une chance égale d'être choisie de sorte que, en définitive, une affectation aléatoire a eu lieu.

3.1.31
orthogonal array

set of **experimental treatment** (3.1.13) combinations, in which for every pair of factors, each treatment combination occurs the same number of times across the possible **factor levels** (3.1.12)

NOTE The concept of *strength* in relation to orthogonal arrays arises with **screening designs** (3.2.8), which is one possible use of orthogonal arrays. A design of strength d is a complete factorial design in any d factors. Strength 1 implies that the levels of each factor occur the same number of times (which is sometimes called a balanced factor). An orthogonal array has strength 2. The subset size d is known as the strength.

3.1.31
arrangement orthogonal

ensemble de combinaisons de **traitements expérimentaux** (3.1.13) tel que, pour chaque paire de facteurs, chaque combinaison de traitements survient le même nombre de fois pour tous les **niveaux de facteur** (3.1.12) possibles

NOTE Le concept de *robustesse* est lié aux **plans de criblage** (3.2.8), qui est l'une des utilisations possibles d'arrangements orthogonaux. Un plan de robustesse d est un plan factoriel complet à d facteurs. La robustesse 1 implique que les niveaux de chaque facteur se produisent un nombre égal de fois (parfois appelé facteur équilibré). Un arrangement orthogonal a une robustesse de 2. La dimension d du sous-ensemble est la robustesse.

3.1.32
degrees of freedom

v

⟨analysis of variance⟩ number of linearly independent effects that can be estimated

3.1.32
degrés de liberté

v

⟨analyse de la variance⟩ nombre d'effets linéairement indépendants pouvant être estimés

NOTE 1 Informally, the degrees of freedom are the number of quantities that are free to vary without restriction.

NOTE 2 Degrees of freedom is commonly associated with the denominator of a variance calculation. The value of the degrees of freedom is the sample size minus the number of constraints associated with the quantity being computed. Estimating the population mean by the sample mean in a variance calculation reduces the degrees of freedom by 1, yielding degrees of freedom of $n-1$, with n as the sample size. One degree of freedom is eliminated since knowing the sample mean and $n-1$ values from the sample establishes the remaining data value.

NOTE 3 Degrees of freedom are the parameters of certain theoretical distributions that occur as sample distributions in statistical estimation and testing; for example, the chi-square distribution, the F-distribution, and the t-distribution.

NOTE 1 De façon informelle, les degrés de liberté sont le nombre de grandeurs qui sont libres de varier sans restriction.

NOTE 2 Des degrés de liberté sont couramment associés au dénominateur d'un calcul de variance. La valeur des degrés de liberté est égale à la taille de l'échantillon moins le nombre de contraintes associées à la grandeur calculée. Estimer la moyenne de la population par la moyenne de l'échantillon dans un calcul de variance réduit le degré de liberté de 1, conduisant à un degré $n-1$, n étant la taille de l'échantillon. Un degré de liberté est supprimé car la connaissance de la moyenne de l'échantillon et des $n-1$ valeurs de l'échantillon permet d'établir la valeur avec les données restantes.

NOTE 3 Les degrés de liberté sont les paramètres de certaines distributions théoriques qui apparaissent comme des distributions d'échantillon dans une estimation et un test statistique, par exemple la distribution chi carré, la distribution F et la distribution t.

3.1.33
one-factor experiment

designed experiment (3.1.27) in which a single **factor** (3.1.5) is investigated as to its effect (if any) on the **response variable** (3.1.3)

NOTE A model for a one-factor experiment is

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

where

y_{ij} is the response variable for the jth replicate at the ith level of the factor;

μ_{ij} is the mean response at the ith level of the factor;

ε_{ij} is a random variable capturing all other effects and sources of variation.

This model relates the response variable y_{ij} to μ_i (depending on the corresponding level of the factor) and a residual error ε_{ij}. Differences in the μ_i reflect the influence of the factor on the response variable (in this case the mean response value as a function of the level of the factor).

An alternative representation of this model is

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

where

y_{ij} is the response variable;

μ is the overall mean response;

α_i is the incremental effect due to the ith level of

3.1.33
expérience à un facteur

expérience planifiée (3.1.27) au cours de laquelle un seul **facteur** (3.1.5) est analysé eu égard à son effet (le cas échéant) sur la **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE Un modèle d'expérience à un facteur est le suivant:

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$

où

y_{ij} est la variable de réponse pour la j-ième réplique au i-ième niveau du facteur;

μ_{ij} est la réponse moyenne au i-ième niveau du facteur;

ε_{ij} est une variable aléatoire groupant tous les autres effets et sources de variation.

Ce modèle associe la variable de réponse y_{ij}à l'effet μ_i (en fonction du niveau correspondant du facteur) et à une erreur résiduelle ε_{ij}. Les différences de μ_i reflètent l'influence du facteur sur la variable de réponse (dans ce cas, la valeur de la réponse moyenne est fonction du niveau du facteur).

Une autre représentation de ce modèle est:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

où

y_{ij} est la variable de réponse;

the factor;

ε_{ij} is a random variable capturing all other effects and sources of variation.

In the above representation, the α_i values are assumed to sum to zero.

μ est la réponse moyenne globale;

α_i est l'effet d'incrément dû au $i^{\text{ème}}$ niveau du facteur;

ε_{ij} est une variable aléatoire groupant tous les autres effets et sources de variation.

Dans la représentation ci-dessus, la somme des valeurs de α_i est supposée égale à zéro.

3.1.34
two-factor experiment

designed experiment (3.1.27) in which two distinct **factors** (3.1.5) are simultaneously investigated for possible effects on the **response variable** (3.1.3)

NOTE If the two factors operate without interacting with each other, the term **main effect** (3.1.15) necessarily still applies. Namely, for each factor the main effect is its contribution to the mean of the response variable. See Example 2 of 3.1.2.

3.1.34
expérience à deux facteurs

expérience planifiée (3.1.27) au cours de laquelle deux **facteurs** (3.1.5) distincts sont analysés simultanément pour leurs effets possibles sur la **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE Lorsque les deux facteurs agissent indépendamment l'un de l'autre, le terme **effet principal** (3.1.15) continue de s'appliquer. Ainsi, pour chaque facteur, l'effet principal est sa contribution à la moyenne de la variable de réponse. Voir l'Exemple 2 du 3.1.2.

3.1.35
k-factor experiment

multi-factor experiment

designed experiment (3.1.27) in which k distinct **factors** (3.1.5) are simultaneously investigated for possible effects on the **response variable** (3.1.3)

3.1.35
expérience à k facteurs

expérience à facteurs multiples

expérience planifiée (3.1.27) au cours de laquelle k **facteurs** (3.1.5) distincts sont analysés simultanément pour leurs effets possibles sur la **variable de réponse** (3.1.3)

3.1.36
replication

⟨experiment⟩ multiple occurrences of a given treatment combination or setting of **predictor variables** (3.1.4)

NOTE 1 Experimental constraints may dictate that replications take place sequentially rather than in a randomized order. Informally, such a situation would correspond to repetition, but universal concurrence on this term does not exist. Hence, for purposes of this part of ISO 3534, replication will be the term involving the attainment of different response values for a fixed set of levels of predictor variables.

NOTE 2 A run is repeated a number of times in order to obtain a more reliable estimate than is possible from a single observation. The function of replication is two-fold: (a) it provides an estimate of the pure error, and (b) it adds to the confidence in the experimental results.

NOTE 3 Replication as used in this part of ISO 3534 should be distinguished from the concepts of repeatability

3.1.36
réplique

⟨expérience⟩ occurrences multiples d'une combinaison de traitements donnée ou de valeurs de **variables de prédiction** (3.1.4)

NOTE 1 Les contraintes expérimentales peuvent imposer que les répliques aient lieu successivement plutôt que dans un ordre aléatoire. De façon informelle, cette situation correspond à une répétition, mais ce terme ne fait pas l'objet d'un consensus. Ainsi, pour les besoins de la présente partie de l'ISO 3534, la réplique sera le terme qui implique l'obtention de différentes valeurs de réponse pour un ensemble fixe de niveaux de variables de prédiction.

NOTE 2 Un traitement est répliqué un certain nombre de fois pour obtenir une estimation plus fiable que celle pouvant être obtenue à partir d'une seule observation. La réplique a deux fonctions: (a) elle fournit une estimation de l'erreur pure, et (b) elle accroît le niveau de confiance des résultats expérimentaux.

and reproducibility given in ISO 3534-2:2006) which relate particularly to measurement systems analysis. In experimental situations relevant to this part of ISO 3534, replication includes contributions from the process itself in addition to measurement uncertainty.

NOTE 3 Telle qu'elle est utilisée dans la présente partie de l'ISO 3534, il convient de distinguer la réplique des concepts de répétabilité et de reproductibilité donnés dans l'ISO 3534-2:2006 qui se rapportent en particulier à l'analyse des systèmes de mesure. Dans les situations expérimentales en rapport avec la présente partie de l'ISO 3534, la réplique inclut les contributions du processus lui-même en plus de l'incertitude de mesure.

3.1.37
cube point
vector of **factor level** (3.1.12) settings of the form (a_1, a_2, …, a_k) where each a_i equals +1 or −1 as a notation for the coded levels of the **factors** (3.1.5)

NOTE These points are precisely the type of points found in a two-level **full factorial experiment** (3.2.2) or **fractional factorial experiment** (3.2.3) with k factors. As many as 2^k cube points can be used in the context of a central composite design [see Example 1 in (3.2.19)].

EXAMPLE For constructing a central composite design for v-factors, take a 2^v factorial arrangement with factorial levels coded as +1 or −1 or a 2^{v-p} fractional factorial arrangement having at least resolution V.

3.1.37
point cubique
vecteur des valeurs de **niveau de facteur** (3.1.12) de la forme (a_1, a_2, …, a_k), où chaque a_i est égal à +1 ou −1, comme notation des codes de niveaux des **facteurs** (3.1.5)

NOTE Ces points sont précisément le type de points que l'on trouve dans un **plan factoriel complet** (3.2.2) ou **fractionnaire** (3.2.3) à deux niveaux avec k facteurs. Un maximum de 2^k points cubiques peut être utilisé dans le contexte d'un plan composite centré (voir l'Exemple 1 donné en 3.2.19).

EXEMPLE Pour construire un plan composite centré pour v-facteurs, construire un plan factoriel 2^v avec des niveaux codés +1 ou −1 ou une combinaison factorielle 2^{v-p} de résolution V au minimum.

3.1.38
star point
vector of **factor level** (3.1.12) settings of the form (a_1, a_2, …, a_k), where one a_i equals α or $-\alpha$ and the other a_i's equal 0, as notation for the coded levels of the **factors** (3.1.5)

NOTE All star points have a single non-zero component equal to $+\alpha$ or $-\alpha$. In k-factor central composite designs, typically a total of 2^k star points are employed.

EXAMPLE Star points are 2 axial points on the axis of each design variable at a distance of β from the design centre. As there are v-axes, this process yields 2^v star points of the form: ($\pm\beta$, 0, …, 0), (0, $\pm\beta$, 0, …, 0), …, (0, 0, …, $\pm\beta$). These points are also known as axial points and assist in the estimation of curvature of the surface.

3.1.38
points en étoile
vecteur des valeurs de **niveau de facteur** (3.1.12) de la forme (a_1, a_2, …, a_k), où chaque a_i est égal à α ou $-\alpha$, et les autres a_i sont égaux à 0, comme notation des codes de niveaux des **facteurs** (3.1.5)

NOTE Tous les points en étoile ont une seule composante non nulle unique égale à $+\alpha$ ou $-\alpha$. Les plans composites centrés de k facteurs utilisent généralement un total de 2^k points en étoile.

EXEMPLE Les points en étoile sont des points axiaux situés sur l'axe de chaque variable du plan à une distance β du centre du plan. Étant donné qu'il y a v axes, ce processus donne 2^v points étoile de forme: ($\pm\beta$, 0, …, 0), (0, $\pm\beta$, 0, …, 0), …, (0, 0, …, $\pm\beta$). Ces points sont également appelés points axiaux et permettent l'estimation de la courbure de la surface.

3.1.39
centre point
vector of **factor level** (3.1.12) settings of the form (a_1, a_2, …, a_k), where all a_i equal 0, as notation for the coded levels of the **factors** (3.1.5)

NOTE All entries of centre points are zero, so the vectors are of the form (0, 0, ... , 0) corresponding to the centre of the **experimental design** (3.1.28) in the coded

3.1.39
point central
vecteur des valeurs de **niveau de facteur** (3.1.12) de la forme (a_1, a_2, …, a_k), où tout a_i est égal à 0, comme notation des niveaux codés des **facteurs** (3.1.5)

NOTE Toutes les entrées des points centraux étant nulles, les vecteurs sont de la forme (0, 0,..., 0) variables. The number of these points, for example n_0, is chosen to achieve various objectives in response surface designs (3.2.19). Centre points are sometimes **replicated** (3.1.36) to obtain an estimate of the **pure error** (3.1.9) of the process under investigation. Graphical depictions of two designs with star (five pointed star), cube (cubes on the corners) and centre points (⊕) are given in Figures 2 and 3.

correspondant au centre du **plan d'expériences** (3.1.28) en variables codées. Le nombre de ces points, par exemple n_0, est choisi de manière à atteindre différents objectifs des plans à surface de réponse (3.2.19). Les point centraux sont parfois **répliqués** (3.1.36) afin d'obtenir une estimation de **l'erreur pure** (3.1.9) du processus analysé. Des représentations graphiques de deux plans avec des points en étoile (étoile à cinq branches), des points cubiques (cubes sur les coins) et des points centraux (⊕) sont données aux Figures 2 et 3.

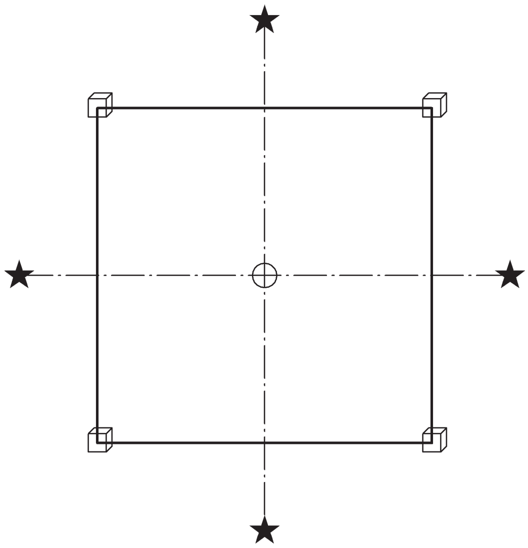


Figure 2 — Two-dimensional illustration of star, cube and centre points

Figure 2 — Représentation bidimensionnelle de points en étoile, points cubiques et points centraux

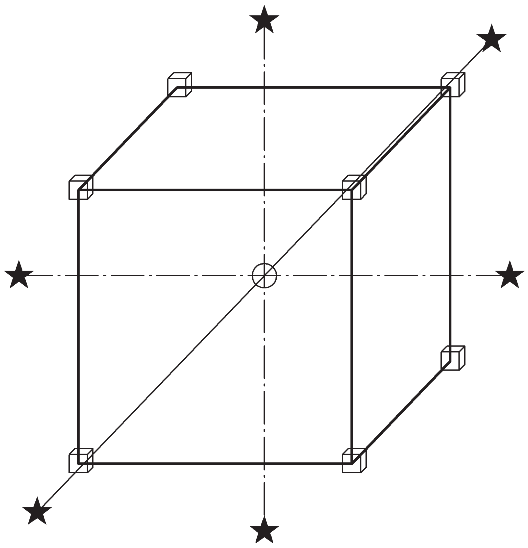


Figure 3 — Three-dimensional illustration of star, cube and centre points (one cube point hidden)

Figure 3 — Représentation tridimensionnelle de points en étoile, points cubiques et points centraux (un point cubique masqué)

EXAMPLE The points which which represents the centre of experimental region. In coded levels these are generally denoted as (0, 0, …, 0). These are the points or experimental runs whose values of each factor are the medians of the values used in the factorial portion. This point is often replicated in order to improve the precision of the experiment. The number of centre points to be added also depends upon the design properties.

EXEMPLE Les points représentant le centre du domaine expérimental. Dans les niveaux codés, ils sont généralement désignés par (0, 0, …, 0). Ce sont les points ou cycles expérimentaux dont les valeurs de chaque facteur sont les médianes des valeurs utilisées dans la partie factorielle. Ce point est souvent répliqué afin d'améliorer la fidélité de l'expérience. Le nombre de points centraux à ajouter dépend aussi des propriétés du plan.

3.1.40
rotatability
characteristic of a **designed experiment** (3.1.27) for which the **response variable** (3.1.3) that is predicted from a fitted **model** (3.1.2) has the same variance at all equal distances from the centre of the design

NOTE 1 A design is rotatable if the variance of the predicted response at any point x depends only on the distance of x from the **centre point** (3.1.39). A design with this property can be rotated around its centre point without changing the prediction variance at $\boldsymbol{x}$.

NOTE 2 Rotatability is a desirable property for **response surface designs** (3.2.19).

3.1.40
isovariance par rotation
caractéristique d'une **expérience planifiée** (3.1.27) pour laquelle la variance de la **variable de réponse** (3.1.3) prévue à partir d'un **modèle** (3.1.2) ajusté est constante à une distance donnée du point central du plan

NOTE 1 Un plan est isovariant par rotation si la variance de la réponse prévue en tout point x dépend uniquement de la distance de x par rapport au **point central** (3.1.39). Un plan ayant cette propriété peut subir une rotation autour de son point central sans modifier la variance de prédiction en x.

NOTE 2 L'isovariance par rotation est une propriété souhaitable pour les **plans à surface de réponse** (3.2.19).

3.2 Arrangements of experiments

3.2.1
factorial experiment
designed experiment (3.1.27) with one or more **factors** (3.1.5) and with at least two levels applied for one of the factors

NOTE 1 The term “factorial experiment” is more general than full factorial experiment (3.2.2).

NOTE 2 Crossed factors: two factors are crossed if every level of one occurs with every level of the other in the experiment (3.1.1). Nested factors: factor A is nested within another factor B if the levels or values of A are different for every level or value of B. Nested factors or effects have a hierarchical relationship. (See 3.2.21).

3.2 Dispositifs expérimentaux

3.2.1
plan factoriel
expérience planifiée (3.1.27) comportant un ou plusieurs **facteurs** (3.1.5) et au moins deux niveaux appliqués à l'un des facteurs

NOTE 1 Le terme «plan factoriel» est plus général que plan factoriel complet (3.2.2).

NOTE 2 Facteurs croisés: deux facteurs sont croisés si chaque niveau de l'un est associé à chaque niveau de l'autre dans le plan (3.1.1). Facteurs emboîtés: un facteur A est emboîté dans un autre facteur B si les niveaux ou valeurs de A sont différents pour chaque niveau ou valeur de B. Les facteurs ou effets emboîtés ont une relation hiérarchique (voir 3.2.21).

3.2.2
full factorial experiment
factorial experiment (3.2.1) consisting of all possible combinations of the levels of the **factors** (3.1.5)

NOTE 1 All **interactions** (3.1.17) and **main effects** (3.1.15) can be estimated from a full factorial experiment.

3.2.2
plan factoriel complet
plan factoriel (3.2.1) composé de toutes les combinaisons possibles des niveaux des **facteurs** (3.1.5)

NOTE 1 Tous les **effets principaux** (3.1.15) et toutes les **interactions** (3.1.17) peuvent être estimés à partir d'un plan factoriel complet.

NOTE 2 A full factorial experiment is usually described symbolically as the product of the number of levels of each factor. For example, an experiment based on 3 levels of factor A, 2 levels of factor B and 4 levels of factor C would be referred to as a 3 × 2 × 4 factorial. The product of these numbers (24 in this case) indicates the total number of distinct runs.

NOTE 3 When a full factorial experiment includes factors all having the same number of levels, the description is usually given in terms of the number of levels raised to a power equal to the number of factors, k. Thus, an experiment with two factors each at three levels would be referred to as a 3^2 full factorial (k being equal to 2) and requires 9 experimental units which are given different experimental treatments.

NOTE 2 Un plan factoriel complet est généralement représenté symboliquement par le produit du nombre de niveaux de chaque facteur. Par exemple, un plan faisant intervenir trois niveaux du facteur A, deux niveaux du facteur B et quatre niveaux du facteur C sera référencé comme plan factoriel 3 × 2 × 4. Le produit de ces nombres (ici 24) donne le nombre total de traitements distincts.

NOTE 3 Lorsque, dans un plan factoriel, tous les facteurs ont le même nombre de niveaux, la définition du plan est généralement donnée sous la forme du nombre de niveaux élevé à une puissance égale au nombre k de facteurs. Ainsi pour un plan où deux facteurs sont étudiés, chacun à trois niveaux, on obtient un plan factoriel 3^2 (k étant égal à 2) comportant 9 unités expérimentales qui reçoivent différents traitements expérimentaux.

3.2.3
fractional factorial experiment

factorial experiment (3.2.1) consisting of a subset of the **full factorial experiment** (3.2.2)

NOTE 1 Typically, the fraction is a simple proportion of the full set of possible experimental treatment combinations. For example, half-fractions, quarter-fractions, and so forth are common.

NOTE 2 All **interactions** (3.1.17) and **main effects** (3.1.15) cannot be estimated from a fractional factorial experiment.

NOTE 3 Fractional factorial designs are **experimental designs** (3.1.28) consisting of a carefully chosen subset (fraction) of the experimental runs of a full factorial design. The subset may be chosen so as to exploit the main effects and low-order interactions to expose information about the most important features of the problem studied, while using a fraction of the effort of a full factorial design in terms of experimental runs and resources and thereby yielding **screening designs** (3.2.8). In other situations, the subset may be chosen to account for inhomogeneity among the experimental units, thereby yielding, for example, **Latin square** (3.2.11) or **Graeco-Latin square designs** (3.2.12).

3.2.3
plan factoriel fractionnaire

plan factoriel (3.2.1) consistant en un sous-ensemble du **plan factoriel complet** (3.2.2)

NOTE 1 Typiquement, la fraction est une proportion simple de l'ensemble complet des combinaisons possibles de traitements. Par exemple, les demi-fractions, les quarts de fraction, etc. sont courantes.

NOTE 2 Tous les **effets principaux** (3.1.15) et toutes les **interactions** (3.1.17) ne peuvent être estimés à partir d'un plan factoriel fractionnaire.

NOTE 3 Les plans factoriels fractionnaires sont des **plans d'expériences** (3.1.28) consistant en un sous-ensemble (fraction) soigneusement choisi parmi les essais d'un plan factoriel complet. Le sous-ensemble peut être choisi de manière à exploiter les effets principaux et les interactions d'ordre inférieur afin de mettre en évidence les informations relatives aux caractéristiques les plus importantes du problème étudié, tout en utilisant une fraction de l'effort associé à un plan factoriel complet en termes d’essais et de ressources et aboutissant ainsi à des **plans de criblage** (3.2.8). Dans d'autres situations, le sous-ensemble peut être choisi de manière à prendre en compte l'hétérogénéité des unités expérimentales pour aboutir ainsi, par exemple, à des **plans en carré latin** (3.2.11) ou à des **plans en carré gréco-latin** (3.2.12).

3.2.4
two-level experiment

full factorial experiment (3.2.2) in which all **factors** (3.1.5) assume at most two **factor levels** (3.1.12)

3.2.4
plan à deux niveaux

plan factoriel complet (3.2.2) dans lequel tous les **facteurs** (3.1.5) comportent deux **niveaux de facteur** (3.1.12)

3.2.5

2^k factorial experiment

full factorial experiment (3.2.2) with k **factors** (3.1.5), each at two **factor levels** (3.1.12)

NOTE Two level full factorial experiments are full factorial experiments in which each of the p available factors is investigated at only two levels. The early stages of experimentation usually involve the investigation of a large number of potential factors to discover the "vital few" factors. Two level factorial experiments are used during these stages to quickly filter out unwanted effects so that attention can then be focused on the important ones.

EXAMPLE A 2^4 factorial experiment may be appropriate for investigating the effect of four factors on the process yield: pressure, temperature, catalyst and operator. Let A be the pressure (low or high), B be the factor temperature (low or high), C represent the catalyst (presence or absence) and D correspond to the operator (one of two).

3.2.5

plan factoriel 2^k

plan factoriel complet (3.2.2) avec k **facteurs** (3.1.5), chacun comportant deux **niveaux de facteur** (3.1.12)

NOTE Les plans factoriels à deux niveaux sont des plans factoriels dans lesquels chacun des p facteurs disponibles est étudié avec deux niveaux seulement. Les premières étapes de l'expérimentation impliquent généralement l'analyse d'un grand nombre de facteurs potentiels pour découvrir les quelques facteurs «vitaux». Les plans factoriels à deux niveaux sont utilisés durant ces étapes pour filtrer rapidement les effets inactifs de manière à pouvoir concentrer son attention sur les facteurs importants.

EXEMPLE Un plan factoriel 2^4 peut être approprié pour l'étude de l'effet de quatre facteurs sur le résultat du processus: pression, température, catalyseur et opérateur. Supposons que A soit la pression (basse ou élevée), B la température (basse ou élevée), C représente le catalyseur (présence ou absence) et D corresponde à l'opérateur (un de deux).

Table 3 — 2^4 factorial experiment

Tableau 3 — Plan factoriel 2^4

Experimental unit/Unité expérimentale	Treatment/ Traitement	A	B	C	D
1	(1)	−	−	−	−
2	a	+	−	−	−
3	b	−	+	−	−
4	ab	+	+	−	−
5	c	−	−	+	−
6	ac	+	−	+	−
7	bc	−	+	+	−
8	abc	+	+	+	−
9	d	−	−	−	+
10	ad	+	−	−	+
11	bd	−	+	−	+
12	abd	+	+	−	+
13	cd	−	−	+	+
14	acd	+	−	+	+
15	bcd	−	+	+	+
16	$abcd$	+	+	+	+

A 2^4 factorial experiment consists of 16 different **experimental treatments** (3.1.13), as listed in Table 3. The symbols "−" and "+" denote the two possible levels for each factor. Frequently, minus refers to a low level of a factor, while plus implies the high level; however, the specification of symbols to levels is arbitrary.

The order presented in the table above is known as standard Yates' order, which may be useful at the analysis stage, if calculations are performed manually. The actual order in which these treatments are performed should be determined by **randomization** (3.1.30). The first factor A is listed with alternating signs (−,+,−,+ and so forth). The second factor B alternates two minuses and two pluses. Factor C alternates sets of four minuses and four pluses. Finally, factor D is set at minus for experimental units 1 through 8, and plus for experimental units 9 through 16. In the latter part of this part of ISO 3534, the minus sign is designated as −1 and the plus sign as +1.

The second column of the table above illustrates an alternative notation for describing treatments. The presence of a lower-case letter indicates that the level of the corresponding upper-case factor is at the high level; furthermore, absence of a letter implies the corresponding factor is at the low level. The case in which all factors are at the low level is denoted "(1)".

A full factorial experiment allows the estimation (but not testing) of all main effects and interactions unambiguously. In the 2^4 case, there are four main effects (A, B, C, D), six two-way (first-order) interactions (AB, AC, AD, BC, BD, CD), four three-way (second-order) interactions (ABC, ABD, ACD, BCD) and one four-way (third-order) interaction ($ABCD$). In practice, the three-way and four-way interactions are sometimes assumed to be negligible and thus offer the opportunity for estimating the **residual error** (3.1.6) with these degrees of freedom. Alternatively, some replication could also provide the opportunity for testing.

Each of the effects (for example, effect due to A, interaction between A and B, even four-way interaction among A, B, C and D), can be estimated using the contrast coefficients as given in Table 4.

For example, to estimate the main effect of A, the formula is $(-1)y_1 + (1)y_2 + \ldots + (1)y_{16}$, where the responses have been associated with the order given in the table.

Un plan factoriel 2^4 se compose de 16 **traitements** (3.1.13) différents, comme énumérés dans le Tableau 3. Les symboles «–» et «+» désignent les deux niveaux possibles pour chaque facteur. Le moins fait fréquemment référence à un niveau inférieur de facteur, alors que le plus implique le niveau supérieur; cependant, la spécification des symboles par rapport aux niveaux est arbitraire.

L'ordre présenté dans le tableau ci-dessus est connu sous le nom de «ordre normal de Yates», qui peut être utile lors de l'analyse si les calculs sont effectués manuellement. Il convient de déterminer l'ordre réel dans lequel ces traitements sont effectués par **randomisation** (3.1.30). Le premier facteur A est caractérisé par une suite de signes alternatifs (–,+,–,+, etc.). Le deuxième facteur B alterne deux moins et deux plus. Le facteur C alterne des ensembles de quatre moins et de quatre plus. Enfin, le facteur D est négatif pour les unités expérimentales 1 à 8, et positif pour les unités expérimentales 9 à 16. Dans les paragraphes suivants de la présente partie de l'ISO 3534, les moins sont considérés comme −1 et les plus comme +1.

La deuxième colonne du tableau ci-dessus illustre une notation abrégée de la description des traitements. La lettre minuscule indique que le niveau supérieur du facteur en majuscule correspondant; de même, l'absence de lettre implique que le facteur correspondant est au niveau inférieur. Le cas pour lequel tous les facteurs se situent au niveau inférieur est désigné par «(1)».

Un plan factoriel complet permet l'estimation (mais pas les tests) de tous les effets principaux et interactions sans ambiguïté. Dans l'exemple 2^4, il y a quatre effets principaux (A, B, C, D), six interactions doubles (de premier ordre) (AB, AC, AD, BC, BD, CD), quatre interactions triples (de second ordre) (ABC, ABD, ACD, BCD) et une interaction quadruple (de troisième ordre) ($ABCD$). Dans la pratique, les interactions triples et quadruples sont parfois supposées négligeables et offrent donc l'opportunité d'estimer **l'erreur résiduelle** (3.1.6) avec ces degrés de liberté résiduels. Un certain nombre de répliques pourrait aussi permettre d'effectuer des tests.

Chacun des effets (par exemple, l'effet dû à A, l'interaction entre A et B, et même l'interaction quadruple entre A, B, C et D) peut être estimé en utilisant les coefficients de contraste donnés dans le Tableau 4.

Par exemple, pour estimer l'effet principal de A, la formule est $(-1)y_1 + (1)y_2 + \ldots + (1)y_{16}$, où les réponses ont été associées à l'ordre indiqué dans le tableau.

Table 4 — Design matrix for a 2^4 full factorial design
Tableau 4 — Matrice de plan pour un plan factoriel complet 2^4

I	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	$ABCD$	y
1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	1	1	1	−1	−1	−1	−1	1	y_1
1	1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	1	1	1	−1	−1	y_2
1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	−1	−1	1	1	1	−1	1	−1	y_3
1	1	1	−1	−1	1	−1	−1	−1	−1	1	−1	−1	1	1	1	y_4
1	−1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	1	−1	y_5
1	1	−1	1	−1	−1	1	−1	−1	1	−1	−1	1	−1	1	1	y_6
1	−1	1	1	−1	−1	−1	1	1	−1	−1	−1	1	1	−1	1	y_7
1	1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	1	−1	−1	−1	−1	y_8
1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	y_9
1	1	−1	−1	1	−1	−1	1	1	−1	−1	1	−1	−1	1	1	y_{10}
1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	−1	1	−1	1	−1	1	−1	1	y_{11}
1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	1	−1	−1	1	−1	−1	−1	y_{12}
1	−1	−1	1	1	1	−1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	−1	1	y_{13}
1	1	−1	1	1	−1	1	1	−1	−1	1	−1	−1	1	−1	−1	y_{14}
1	−1	1	1	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	−1	−1	1	−1	y_{15}
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	y_{16}

3.2.6
2^{k-p} fractional factorial experiment

fractional factorial experiment (3.2.3) the size of which is a 2^{-p} fraction of the size of the **2^k factorial experiment** (3.2.5)

NOTE 1 For a large number of **factors** (3.1.5), 2^k may require more runs than are feasible. Through careful selection, nearly the same amount of information can be obtained from the fractional factorial experiment as the **full factorial experiment** (3.1.2). In particular, the selection is typically made so that **main effects** (3.1.15) and **interactions** (3.1.17) that are expected to be of practical importance are **confounded** (3.1.19) only with interactions expected to be negligible.

NOTE 2 For p equal to 1, the resulting fractional factorial experiment is a half-fraction; for p equal to 2, the resulting fractional factorial experiment is a quarter-fraction; and so forth.

EXAMPLE Consider an **experiment** (3.1.1) with 6 factors and with 16 runs. See Table 5. This example illustrates the construction of an experimental design that uses confounding in order to examine all 6 factors with 16 experimental treatment combinations. In particular, a 2^{6-2} fractional factorial design is constructed. The levels of

3.2.6
plan factoriel fractionnaire 2^{k-p}

plan factoriel fractionnaire (3.2.3) dont la taille est une fraction 2^{-p} de la taille du **plan factoriel 2^k** (3.2.5)

NOTE 1 Pour un grand nombre de **facteurs** (3.1.5), 2^k peut nécessiter plus de traitements que ne le permettent les ressources. Par un choix judicieux, une quantité presque équivalente d'informations peut être obtenue à partir du plan factoriel fractionnaire par rapport au **plan factoriel complet** (3.1.2). En particulier, le choix est effectué de sorte que les **effets principaux** (3.1.15) et les **interactions** (3.1.17) dont on s'attend à ce qu'ils revêtent une importance pratique ne soient **concomitants** (3.1.19) qu'avec les interactions supposées négligeables.

NOTE 2 Pour p égal à 1, le plan factoriel fractionnaire résultant est une demi-fraction; pour p égal à 2, le plan factoriel fractionnaire résultant est un quart de fraction, et ainsi de suite.

EXEMPLE Considérons une **expérience** (3.1.1) avec 6 facteurs et avec 16 traitements. Voir Tableau 5. Cet exemple illustre l'élaboration d'un plan d'expériences qui utilise la concomitance afin d'examiner les 6 facteurs avec 16 combinaisons de traitements expérimentaux. En four of the factors (A, B, C and D) can be set as if a full factorial experiment were to be run. In this full factorial context, all main effects and high order interactions can be estimated (e.g. the two-way interactions AB, AC, AD, BC, BD, CD; the three-way interactions ABC, ABD, ACD and BCD; and the four-way interaction $ABCD$). In practice, the three- and four-way interactions are rarely important, but they can certainly be estimated from the data. In light of the unlikely importance of these higher order interactions (three-way and four-way), investigators have realized that the other factors (say E and F) could be incorporated into the experiment at this design stage by assigning as levels for E and F, particular choices of high order interactions. For example, the level of E could be assigned to correspond to the three-way interaction ABC while the level of F could be assigned to the three-way interaction BCD. This assignment ensures that the estimate of the three-way interaction ABC is identical to the estimate of the newly-assigned factor E, since they use the same contrast for estimation. However, in light of the practical and common occurrence that ABC is likely to be near zero, the investigator could presume or conclude that the estimate of ABC and E is effectively an estimate of E alone (i.e. presumes that the ABC interaction is zero).

particulier, un plan factoriel fractionnaire 2^{6-2} est élaboré. Les niveaux de quatre des facteurs (A, B, C et D) peuvent être fixés comme si un plan factoriel complet devait être réalisé. Dans ce contexte factoriel complet, tous les effets principaux et interactions d'ordre supérieur peuvent être estimés (par exemple, les interactions doubles AB, AC, AD, BC, BD, CD; les interactions triples ABC, ABD, ACD et BCD; et l'interaction quadruple $ABCD$). Dans la pratique, les interactions triples et quadruples sont rarement importantes, mais elles peuvent certainement être estimées à partir des données. Au vu de l'importance peu probable de ces interactions d'ordre élevé (triples et quadruple), les analystes ont réalisé que les autres facteurs (c'est-à-dire E et F) pourraient être incorporés dans l'expérience à ce stade de la conception en assignant comme niveaux pour E et F des choix particuliers d'interactions d'ordre élevé. Par exemple, le niveau de E pourrait être assigné de manière à correspondre à l'interaction triple ABC alors que le niveau de F pourrait être assigné de manière à correspondre à l'interaction triple BCD. Cette affectation garantit que l'estimation de l'interaction triple ABC est identique à l'estimation du facteur nouvellement assigné E, car ils utilisent le même contraste pour l'estimation. Néanmoins, dans la mesure ou ABC est probablement proche de zéro, l'analyste peut supposer ou conclure que l'estimation de ABC et E est effectivement une estimation de E seul (c'est-à-dire qu'il suppose que l'interaction ABC est nulle).

Table 5 — One-quarter fraction layout
Tableau 5 — Présentation d'un quart de fraction

	A	B	C	D	$E=ABC$	$F=BCD$
1	−1	−1	−1	−1	−1	−1
2	1	−1	−1	−1	1	−1
3	−1	1	−1	−1	1	1
4	1	1	−1	−1	−1	1
5	−1	−1	1	−1	1	1
6	1	−1	1	−1	−1	1
7	−1	1	1	−1	−1	−1
8	1	1	1	−1	1	−1
9	−1	−1	−1	1	−1	1
10	1	−1	−1	1	1	1
11	−1	1	−1	1	1	−1
12	1	1	−1	1	−1	−1
13	−1	−1	1	1	1	−1
14	1	−1	1	1	−1	−1
15	−1	1	1	1	−1	1
16	1	1	1	1	1	1

The expressions $E=ABC$ and $F=BCD$ are generating relations, because they generate the appropriate levels of the factors E and F in terms of the factors A, B, C and D. Another useful construction is given as

$I = ABCE = BCDF = ADEF$

that is known as the defining relation for this design. The term "I" represents the identity column (all entries equal to +1). As will be seen shortly, this defining relation contains all of the information on confounding associated with this particular experimental design. Using the conventions $IA = AI = A$, $IB = BI = B$, $I = A^2 = B^2 = C^2$ and so forth, the generating relation $E = ABC$ is equivalent to $EE = ABCE$, which in turn is equivalent to $I = ABCE$. Similarly, $F = BCD$ leads to $I = BCDF$. The defining relation is completed by evaluating the generalized interaction $ABCE \times BCDF = ABCEBCDF = ABBCCDEF = AIIDEF = ADEF$. Hence, the defining relation is $I = ABCE = BCDF = ADEF$.

NOTE 3 A 2^{k-p} fractional factorial experiment is constructed by considering the k factors to be in two groups, a primary one with $k-p$ factors and a secondary one with p factors. The $k-p$ factors in the primary group are allocated to a full factorial with 2^{k-p} experimental units which are the number of experimental units of the design. The levels of each of the factors of the secondary group for each experimental unit are defined in terms of levels of factors of the primary group. The set of p equations that define the factors of the secondary group in terms of the factors of the primary group is called the generating relation, because it generates the design. The p equations of the generating relation can be used to calculate the $2^p - 1$ equations of the defining relation that can be used to determine properties of the design. In the previous example, k=6, p=2; the primary factors were A, B, C and D and the secondary group were E and F; the generating relations were $E=ABC$ and $F=BCD$; the defining relation was $I = ABCE = BCDF = ADEF$.

Les expressions $E=ABC$ et $F=BCD$ sont des relations de génération parce qu'elles génèrent les niveaux appropriés des facteurs E et F en termes des facteurs A, B, C et D. Une autre construction utile est donnée par:

$I = ABCE = BCDF = ADEF$

qui est connue en tant que relation de définition pour ce plan. Le terme «I» représente la colonne identité (toutes les entrées sont égales à +1). Comme on le verra succinctement, cette relation de définition contient toutes les informations sur les concomitances associées à ce plan d'expériences particulier. En utilisant les conventions $IA = AI = A$, $IB = BI = B$, $I = A^2 = B^2 = C^2$, etc., la relation de génération $E = ABC$ est équivalente à $EE = ABCE$, qui est elle-même équivalente à $I = ABCE$. De la même manière, $F = BCD$ conduit à $I = BCDF$. La relation de définition est complétée par l'évaluation de l'interaction généralisée $ABCE \times BCDF = ABCEBCDF = ABBCCDEF = AIIDEF = ADEF$. Ainsi, la relation de définition est $I = ABCE = BCDF = ADEF$.

NOTE 3 Un plan factoriel fractionnaire 2^{k-p} est établi en considérant que les k facteurs se répartissent en deux groupes, un groupe principal comprenant $k-p$ facteurs et un groupe secondaire comprenant p facteurs. Les $k-p$ facteurs du groupe principal sont affectés à un plan factoriel complet avec 2^{k-p} unités expérimentales qui sont le nombre d'unités expérimentales du plan. Les niveaux de chacun des facteurs du groupe secondaire sur chaque unité expérimentale sont définis en termes de niveaux des facteurs du groupe principal. L'ensemble des p équations qui définissent les facteurs du groupe secondaire en termes de facteurs du groupe principal est appelé relation de génération du fait qu'elle génère le plan. Les p équations de la relation de génération peuvent être utilisées pour calculer les $2^p - 1$ équations de la relation de définition qui peut être utilisée pour déterminer les propriétés du plan. Dans l'exemple précédent, k=6, p=2; les facteurs principaux sont A, B, C et D et le groupe secondaire comprend E et F; les relations de génération sont $E = ABC$ et $F = BCD$; la relation de définition est $I = ABCE = BCDF = ADEF$.

3.2.7
design resolution

⟨design of experiments; fractional factorials⟩ length of the shortest word in the defining relation associated with a **2^{k-p} fractional factorial experiment** (3.2.6)

NOTE 1 Design resolution indicates the extent of **aliasing** (3.1.20) among **main effects** (3.1.15) and two-way and higher order **interactions** (3.1.17).

NOTE 2 The design resolution describes the aliasing in a particular experimental design. The numerical length is generally given by upper case Roman numerals. The three most common practical situations are resolutions *III*, *IV* and *V*.

For a **resolution III** design, main effects are not aliased with other main effects. This observation can be made by examining the expressions in the

3.2.7
résolution de plan

<plans d'expériences; factoriels fractionnaires> longueur du terme le plus court de la relation de définition associée à un **plan factoriel fractionnaire 2^{k-p}** (3.2.6)

NOTE 1 La résolution de plan indique l'étendue de **l'aliase** (3.1.20) entre les **effets principaux** (3.1.15) et les **interactions** (3.1.17) doubles et d'ordre supérieur.

NOTE 2 La résolution d'un plan décrit l'aliase dans ce plan d'expériences particulier. La longueur numérique est généralement donnée par des chiffres romains. Les trois situations pratiques les plus courantes sont les résolutions *III*, *IV* et *V*.

Pour un plan de **résolution III**, les effets principaux ne sont pas confondus avec d'autres effets principaux. Cette observation peut être faite en defining relation. For example, $I = ABD = BCE = ACDE$ includes the expressions I, ABD, BCE and $ACDE$ and counting the number of letters for each term (1, 3, 3, and 4, respectively for this example). The shortest length of these aside from 1 (corresponding to I) is 3, which is known as the length of the shortest “character string”. At least one main effect is aliased with a two-way interaction. For example, for $I = ABD$, it would be the case that A is confounded with BD, B is confounded with AD and D is confounded with AB.

For a **resolution IV** design, main effects are not aliased with other main effects or with any two-way interactions. At least one two-way interaction is aliased with another two-way interaction. For example, the defining relation $I = ABCE = BCDF = ADEF$ includes the expressions I, $ABCE$, $BCDF$ and $ADEF$; counting the number of letters for each term gives 1, 4, 4, and 4, respectively. The smallest value aside from 1 (corresponding to I) is 4, which is known as the length of the shortest “character string” for this design. For example, for $I = ABCE$, it would be the case that AB is confounded with CE, AC with BE, AE with BC, while A is confounded with BCE, B is confounded with ACE, C is confounded with ABE and E is confounded with *ABC*.

For a **resolution V** design, main effects and two-way interactions are not aliased with any other main effects or with any other two-way interactions. For example, with $I = ABCDE$, it is clear that each main effect is confounded with a 4-way interaction (A is confounded with $BCDE$) and each two-way interaction is confounded with a 3-way interaction (AB is confounded with CDE).

NOTE 3 The higher the resolution, the more effects (main or interactions) can be estimated unambiguously provided the higher order interactions are negligible. Given a choice of two potential designs involving the same number of factors and experimental units, the design with the higher resolution should be selected. Fortunately, for most cases of k and p of practical interest, the most appropriate defining relations are recorded (see, for example, Reference [2], p. 410; or Reference [3], p. 272).

NOTE 4 Full factorial designs (3.2.1) have no confounding. For most practical purposes, a resolution V design is excellent and a resolution IV design may be adequate. Resolution III designs are useful as economical **screening designs** (3.2.8).

NOTE 5 Factor names are presumed to be expressed by single letters for purposes of the definition.

EXAMPLE Table 2 in (3.1.20) illustrated a case with a Resolution III design having defining relation $I=ABD=BCE=ACDE$.

examinant les expressions de la relation de définition. Par exemple, $I = ABD = BCE = ACDE$ inclut les expressions I, ABD, BCE et $ACDE$ et le décompte du nombre de lettres pour chaque terme (respectivement 1, 3, 3 et 4 pour cet exemple). La plus courte longueur à part 1 (correspondant à I) est 3, qui est connu comme la longueur de la plus courte «chaîne de caractères». Au moins un effet principal est confondu avec une interaction double. Par exemple, dans le cas où $I = ABD$, A est confondu avec BD, B est confondu avec AD et D est confondu avec AB.

Pour un plan de **résolution IV**, les effets principaux ne sont pas confondus avec d'autres effets principaux ou interactions doubles. Au moins une interaction double est confondue avec une autre interaction double. Par exemple, la relation de définition $I = ABCE = BCDF = ADEF$ inclut les expressions I, $ABCE$, $BCDF$ et $ADEF$, et le décompte du nombre de lettres pour chaque terme donne respectivement 1, 4, 4 et 4. La plus petite valeur à part 1 (correspondant à I) est 4, qui est connue comme la longueur de la plus courte «chaîne de caractères» pour ce plan. Par exemple, dans le cas où $I = ABCE$, AB est confondu avec CE, AC avec BE, AE avec BC, alors que A est confondu avec BCE, B est confondu avec ACE, C est confondu avec ABE et E est confondu avec ABC.

Pour un plan de **résolution V**, les effets principaux et les interactions doubles ne sont pas confondus avec d'autres effets principaux ou des interactions doubles. Par exemple, avec $I = ABCDE$, il est clair que chaque effet principal est confondu avec une interaction quadruple (A est confondu avec $BCDE$) et chaque interaction double est confondue avec une interaction triple (AB est confondu avec CDE).

NOTE 3 Plus la résolution est élevée, plus les effets (principaux ou interactions) peuvent être estimés sans ambiguïté à condition que les interactions d'ordre élevé soient négligeables. En présence d'un choix entre deux plans potentiels faisant intervenir le même nombre de facteurs et d'unités expérimentales, il convient de choisir le plan ayant la résolution la plus élevée. Heureusement, pour la plupart des cas de k et de p ayant un intérêt pratique, les relations de définition les mieux appropriées sont disponibles (voir, par exemple, la Référence [2], p. 410 ou la Référence [3], p. 272).

NOTE 4 Les **plans factoriels complets** (3.2.1) n'ont pas de concomitance. Pour la plupart des applications pratiques, un plan de résolution V est excellent et un plan de résolution IV peut être adéquat. Les plans de résolution III sont utilisés comme **plans de criblage** (3.2.8) économiques.

NOTE 5 Les noms de facteurs sont supposés exprimés par des lettres seules pour les besoins de la définition.

EXEMPLE Le Tableau 2 en (3.1.20) illustre un cas de plan de résolution III ayant une relation de définition $I = ABD = BCE = ACDE$.

3.2.8
screening design

designed experiment (3.1.27) that identifies a subset of **factors** (3.1.5) for further study

NOTE 1 Such **experimental designs** (3.1.28) generally focus on the investigation of **main effects** (3.1.15), with the presence of **interactions** (3.1.17) leading to complications in the analysis, and possibly the need for additional **experimental treatments** (3.1.13) to resolve ambiguities.

NOTE 2 The primary purpose of an experiment with a screening design is to select or to screen out the few important main effects from the many less important ones. Screening designs are also sometimes termed main effects designs.

EXAMPLE 1 The $\mathbf{2}^{k-p}$ **fractional factorial designs** (3.2.6) (especially those that are highly fractionated) can be viewed as screening designs. Consider the example in 3.2.6 with additional generating relations of $G=ACD$, $H=ABD$ and $J=ABCD$. The corresponding design is a 2^{9-5} fractional factorial design intended to study 9 factors in only 16 treatment combinations. It would be hoped at the analysis stage to identify the leading 2 or 3 predictor variables (associated with main effects) for further investigation.

EXAMPLE 2 Plackett and Burman [4] proposed a collection of two-level screening designs with the number of runs as a multiple of four. Their designs are commonly chosen for situations in which the number of main effects under investigation approaches the number of **runs** (3.1.13). For example, the 12-run Plackett-Burman design given in Table 6 can be used to screen for as many as 11 main effects. However, for this design the presence of two-way interactions (for example, AB) undermines the estimation of main effects $C, D, ..., K$.

3.2.8
plan de criblage

expérience planifiée (3.1.27) qui identifie un sous-ensemble de **facteurs** (3.1.5) en vue d'une étude ultérieure

NOTE 1 Ces **plans d'expérience** (3.1.28) se concentrent généralement sur l'analyse des **effets principaux** (3.1.15), la présence d'**interactions** (3.1.17) entraînant des complications dans l'analyse et rendant éventuellement nécessaires des **traitements expérimentaux** (3.1.13) supplémentaires pour résoudre les ambiguïtés.

NOTE 2 Le principal objectif d'une expérience avec un plan de criblage est de sélectionner ou séparer les quelques effets principaux importants des nombreux facteurs moins importants. Les plans de criblage sont parfois également appelés plans à effets principaux.

EXEMPLE 1 Les **plans factoriels fractionnaires** $\mathbf{2}^{k-p}$ (3.2.6) (particulièrement ceux à fractionnement élevé) peuvent être considérés comme des plans de criblage. Considérons l'Exemple en 3.2.6 avec les relations de génération supplémentaires $G=ACD$, $H=ABD$ et $J=ABCD$. Le plan correspondant est un plan factoriel fractionnaire 2^{9-5} destiné à étudier 9 facteurs en seulement 16 combinaisons de traitements. Au stade de l'analyse, on espère identifier les 2 ou 3 principales variables de prédiction (associées aux effets principaux) en vue d'une analyse plus approfondie.

EXEMPLE 2 Plackett et Burman [4] ont proposé un recueil de plans de criblage à deux niveaux avec un nombre de traitements multiple de quatre. Leurs plans sont couramment choisis pour les situations dans lesquelles le nombre des effets principaux analysés avoisine le nombre de **traitements** (3.1.13). Par exemple, le plan de Plackett-Burman à 12 traitements donné ci-dessous peut être utilisé pour cribler jusqu'à 11 effets principaux. Toutefois, pour ce plan, la présence d'interactions doubles (par exemple, AB) sape l'estimation des effets principaux $C, D,..., K$.

Table 6 — Layout of Plackett-Burman 12-run design
Tableau 6 — Présentation du plan Plackett-Burman à 12 essais

Trial/ Essai	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*I*	*J*	*K*
1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1
2	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1
3	−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1	1
4	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1	1
5	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1	1
6	1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1	−1
7	−1	1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1	−1
8	−1	−1	1	1	1	−1	1	1	−1	1	−1
9	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1	1	−1	1
10	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1	1	−1
11	−1	1	−1	−1	−1	1	1	1	−1	1	1
12	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1	−1

NOTE 3 Many of the Plackett-Burman designs are related to Hadamard matrices, developed originally in a theoretical context, but later recognized to be useful in experimental designs. The Hadamard matrices are readily constructed from the knowledge of a single column (or equivalently, row) alone. As one possible construction, let the bottom row consist solely of minus signs. The remaining column entries are obtained from the first column by shifting it to the right and dropping it one row, the eleventh entry moving up to row position one. This procedure is continued across the columns until the matrix is completed. Examples of some of these special first columns to construct the matrices are given below. For each construction, it is sufficient to indicate the location of plus signs in the first column, as follows:

n	rows in column one containing plus sign
1	21, 2, 4, 5, 6, 10
20	1, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 17, 18
24	1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 13, 14, 17, 19

Note that the rows indicated above for n = 12 agree with the design detailed in Example 2. Many of the Plackett-Burman designs can be constructed in this general fashion using the elements of a single column as the basis. The cases with n = 28, 52, 76, 92 and 100 cannot be constructed from a single special column of plus ones and minus ones (for details, see Reference [3]). Alternatively, some statistical software packages can provide Plackett-Burman **design matrices** (3.2.25).

NOTE 4 Aguchi's **orthogonal array** (3.1.31) L12 is equivalent to the Plackett-Burman 12-run design given above. L20 is equivalent to the Plackett- Burman 20-run design. As a word of caution, the L array convention

NOTE 3 Bon nombre de plans Plackett-Burman sont liés aux matrices de Hadamard, développées à l'origine dans un contexte théorique, mais reconnues ultérieurement utiles pour les plans d'expérience. Les matrices de Hadamard sont élaborées à partir d'une seule colonne (ou ligne). Une construction possible consiste à laisser la ligne inférieure se composer uniquement de signes moins. Les autres entrées des colonnes sont obtenues en déplaçant la première colonne vers la droite et en l'abaissant d'une ligne, la onzième entrée se déplaçant vers la première ligne. Cette procédure est déployée pour toutes les colonnes jusqu'à ce que la matrice soit complétée. Des exemples de certaines de ces premières colonnes spéciales permettant d'élaborer les matrices sont donnés ci-dessous. Pour chaque construction, il suffit d'indiquer l'emplacement des signes + dans la première colonne, comme suit:

n	lignes de la première colonne contenant le signe +
1	21, 2, 4, 5, 6, 10
20	1, 2, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 17, 18
24	1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 13, 14, 17, 19

Noter que les lignes indiquées ci-dessus pour n = 12 concordent avec le plan détaillé dans l'Exemple 2. Bon nombre de plans de Plackett-Burman peuvent être élaborés selon ce modèle général en utilisant les éléments d'une seule colonne comme base. Les cas avec n = 28, 52, 76, 92 et 100 ne peuvent pas être construits à partir d'une seule colonne spéciale de 0 et de 1 (pour les détails, voir la Référence [3]). Certains logiciels statistiques peuvent également fournir des **matrices de plan** (3.2.25) de Plackett-Burman.

typically gives the entries of the design matrix in a different order than that provided by the Hadamard construction.

NOTE 5 Plackett-Burman designs can be adapted for use in a supersaturated setting (i.e. cases with more factors than experimental runs). For further details on supersaturated designs, see References [5] and [6].

NOTE 4 L'**arrangement orthogonal** (3.1.31) L12 de Taguchi est équivalent au plan à 12 essais de Plackett-Burman donné ci-dessus. L20 est équivalent au plan à 20 traitements de Plackett-Burman. À titre d'avertissement, la convention d'arrangement L donne typiquement les entrées de la matrice de plan dans un ordre différent de celui fourni par la construction de Hadamard.

NOTE 5 Les plans de Plackett-Burman peuvent être adaptés à une utilisation dans la réalisation supersaturée (c'est-à-dire les cas avec plus de facteurs que de traitements expérimentaux). Pour de plus amples informations sur les plans supersaturés, voir les Références [5] et [6].

3.2.9
block design
designed experiment (3.1.27) that uses **blocks** (3.1.25)

NOTE A block design takes advantage of the homogeneity of subsets of the **experimental units** (3.1.24). Inhomogeneity among experimental units, if ignored in the experimental design, can reduce the amount of information obtained from the **experiment** (3.1.1) by increasing the observed variation. Accounting for this situation in the design can increase the experiment's capability of meeting the design objective. Block designs are intended to counteract the impact of known nuisance effects or effects that contribute to the response but are not inherently of interest relative to the objective of the experiment. If the presumption of homogeneity is incorrect, then blocking incurs a cost in reducing the degrees of freedom.

3.2.9
plan en blocs
expérience planifiée (3.1.27) qui utilise des **blocs** (3.1.25)

NOTE Un plan en blocs tire profit de l'homogénéité de sous-ensembles des **unités expérimentales** (3.1.24). L'hétérogénéité des unités expérimentales, si elle est ignorée dans le plan d'expérience, peut réduire la valeur informative de **l'expérience** (3.1.1) en augmentant la variation observée. Le fait de tenir compte de cette situation dans le plan peut accroître la capacité de l'expérience à satisfaire l'objectif du plan. Les plans en blocs sont destinés à contrecarrer l'impact d'effets de nuisance connus ou d'effets contribuant à la réponse, mais ne présentant pas d'intérêt intrinsèquement par rapport à l'objectif de l'expérience. Dans le cas où la présomption d'homogénéité est incorrecte, la mise en blocs engendre un coût en réduisant les degrés de liberté.

3.2.10
randomized block design
block design (3.2.9) with an arrangement of v **experimental treatments** (3.1.13) in b **blocks** (3.1.25) such that each treatment appears exactly once in each block

NOTE 1 These designs are useful for one-way elimination of heterogeneity setting, i.e. when the heterogeneity in the experimental units is caused by a single factor and levels of this factors causing heterogeneity is same as the number of treatments.

NOTE 2 Since each of the treatments appear in each block, therefore, it is a complete block design and a better term for this is “randomized complete block design”. The number of replications of treatments are same as number of blocks. The treatments are randomly allocated to each block.

NOTE 3 This is the simplest design using all the three principles of design as given by Fisher (replication, randomization and local control).

3.2.10
plan en blocs randomisés
plan en blocs (3.2.9) avec arrangement de v **traitements expérimentaux** (3.1.13) en b **blocs** (3.1.25) de sorte que chaque traitement apparaisse exactement une fois dans chaque bloc

NOTE 1 Ces plans sont utiles pour l'élimination unidimensionnelle du paramètre d'hétérogénéité, c'est-à-dire lorsque l'hétérogénéité des unités expérimentales est causée par un seul facteur et que les niveaux de ces facteurs provoquant l'hétérogénéité sont identiques au nombre de traitements.

NOTE 2 Étant donné que les traitements apparaissent dans chaque bloc, il s'agit donc d'un plan en blocs complet et un terme plus approprié est «plan en blocs randomisés complet». Le nombre de répliques des traitements est identique au nombre de blocs. Les traitements sont affectés de manière aléatoire à chaque bloc.

NOTE 3 Il s'agit du plan le plus simple utilisant les trois principes de planification énoncés par Fisher (réplique, randomisation et contrôle local).

3.2.11
Latin square design
fractional factorial design (3.2.3) with an arrangement of v^2 **runs** (3.1.13) in v^2 positions arranged in v rows and v columns, such that every symbol occurs precisely once in each row and precisely once in each column

NOTE 1 Latin square designs can investigate at most three factors (rows, columns and letters). The symbol v represents the **order** of the Latin square.

NOTE 2 If the symbols are taken as A, B, C, D, a Latin square arrangement of order 4 is as follows:

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

Latin square designs are normally used in experiments where it is required to remove the heterogeneity of experimental material in two directions, i.e.., for the experimental situations where the heterogeneity in the experimental material is caused by two factors levels of which are cross classified with each other. The levels of the factors causing heterogeneity in the experimental units are same as that of treatments. These designs require that the number of replications equal the number of *treatments.* In this example a total of 16 treatment combinations occur whereas there would be 64 treatment combinations for a **full factorial design** (3.2.1)

NOTE 3 *Randomization by allocation.* According to the definition of a Latin square design, treatments can be allocated to the v^2 experimental units in a number of ways. There are, therefore, a number of Latin squares of a given order. They can be in standard form (if the symbols in the first row and first column are in natural order) or semi-standard form (if the symbols of the first row are in natural order). The purpose of randomization is to select one of these squares at random. The following is one of the methods of random selection of Latin squares.

Let a $v \times v$ Standard Latin square arrangement be first written by denoting treatments by Latin letters A, B, C, etc. or by numbers 1, 2, 3, etc. Such arrangements are readily available in the *Tables for Statisticians and Biometricians*[7]. One of these squares of any order can be written systematically as shown below for a 5×5 Latin square:

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

For the purpose of randomization rows and columns of the Latin square are rearranged randomly. There is no randomization possible within the rows and/or columns.

3.2.11
plan en carré latin
plan factoriel fractionnaire (3.2.3) avec un arrangement de v^2 **traitements** (3.1.13) en v^2 positions arrangées en v lignes et v colonnes, de sorte que chaque symbole apparaisse exactement une fois dans chaque ligne et exactement une fois dans chaque colonne

NOTE 1 Les plans en carré latin permettent d'étudier au plus trois facteurs (lignes, colonnes et lettres). Le symbole v représente l'**ordre** du carré latin.

NOTE 2 Si les symboles adoptés sont A, B, C, D, un arrangement en carré latin d'ordre 4 est comme suit:

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

Les plans en carré latin sont normalement utilisés dans les expériences où il est nécessaire de supprimer l'hétérogénéité d'un matériau expérimental dans deux directions, c'est-à-dire pour les situations expérimentales dans lesquelles l'hétérogénéité du matériau expérimental est causée par deux niveaux de facteur à classification croisée. Les niveaux des facteurs à l'origine de l'hétérogénéité des unités expérimentales sont identiques à ceux des traitements. Ces plans exigent que le nombre de répliques soit égal au nombre de *traitements*. Dans cet exemple, un total de 16 combinaisons de traitements apparaît alors qu'il y aurait 64 combinaisons de traitements pour un **plan factoriel complet** (3.2.1).

NOTE 3 *Randomisation par affectation.* Selon la définition d'un plan en carré latin, les traitements peuvent être affectés aux v^2 unités expérimentales de différentes manières. Il y a donc un certain nombre de carrés latins d'un ordre donné. Ils peuvent être de forme standard (si les symboles de la première ligne et de la première colonne sont dans un ordre naturel) ou de forme semi-standard (si les symboles de la première ligne sont dans un ordre naturel). L'objectif de la randomisation est de choisir au hasard l'un de ces carrés. L'une des méthodes de sélection aléatoire de carrés latins est décrite ci-après.

Écrivons tout d'abord un arrangement en carré latin standard $v \times v$ en désignant les traitements par les lettres latines A, B, C, *etc.* ou par les nombres 1, 2, 3, *etc*. De tels arrangements sont également disponibles dans *Tables for Statisticians and Biometricians* [7]. L'un de ces carrés d'un ordre quelconque peut être écrit systématiquement comme représenté ci-dessous pour un carré latin 5×5:

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

For example, the following is a row randomized square of the above 5×5 Latin square;

A	*B*	*C*	*D*	*E*
B	*C*	*D*	*E*	*A*
E	*A*	*B*	*C*	*D*
D	*E*	*A*	*B*	*C*
C	*D*	*E*	*A*	*B*

Next, the columns of the above row randomized square have been rearranged randomly to give the following random square:

E	*B*	*C*	*A*	*D*
A	*C*	*D*	*B*	*E*
D	*A*	*B*	*E*	*C*
C	*E*	*A*	*D*	*B*
B	*D*	*E*	*C*	*A*

As a result of row and column randomization, but not the randomization of the individual units, the whole arrangement remains a Latin square.

NOTE 4 A basic assumption is that these block factors do not **interact** (3.1.17) with the factor of most interest under study, or among themselves. If this assumption is not valid, the measure of **residual error** (3.1.6) is increased and the effect of the factor confounded with such **interactions** (3.1.17). Sometimes other factors of interest are used in the block positions so that there may be three factors without any designation of being block factors. This is equivalent to a **fractional factorial experiment** (3.2.3) with the assumption of no interactions. Some designs of fractional factorial experiments form Latin squares and it may be more desirable to approach the problem from the fractional factorial experiment viewpoint in order to more fully understand the assumptions being made concerning interactions.

3.2.12
Graeco-Latin square design

fractional factorial design (3.2.3) involving 4 **factors** (3.1.5), each at h **levels** (3.1.12), in which the combination of the levels of any one of the factors with the levels of the other three factors appears once and only once in an experiment of size h^2

NOTE 1 A Graeco-Latin square design involves four factors and there are h^2 ($h \geq 3$, a positive integer) **experimental units** (3.1.24) classified according to three **block** (3.1.25) factors (for example, row factor, column factor and Greek letter) each factor having h levels. There are h levels of the factor of primary interest which are allocated to the h^2 experimental units at random in such a manner that each **experimental treatment** (3.1.13)

À des fins de randomisation, les lignes et les colonnes du carré latin sont réarrangées de manière aléatoire. Aucune randomisation n'est possible à l'intérieur des lignes et/ou colonnes. Par exemple, le carré suivant est obtenu par randomisation des lignes du carré latin 5×5 ci-dessus;

A	*B*	*C*	*D*	*E*
B	*C*	*D*	*E*	*A*
E	*A*	*B*	*C*	*D*
D	*E*	*A*	*B*	*C*
C	*D*	*E*	*A*	*B*

Les colonnes du carré ci-dessus à lignes randomisées sont ensuite réarrangées de manière aléatoire pour obtenir le carré aléatoire suivant:

E	*B*	*C*	*A*	*D*
A	*C*	*D*	*B*	*E*
D	*A*	*B*	*E*	*C*
C	*E*	*A*	*D*	*B*
B	*D*	*E*	*C*	*A*

À la suite d'une randomisation des lignes et des colonnes, mais sans randomisation des unités individuelles, l'arrangement global reste un carré latin.

NOTE 4 Une hypothèse de base est que ces facteurs blocs n'ont **d'interaction** (3.1.17) ni avec le facteur étudié le plus intéressant, ni entre eux. Si cette hypothèse n'est pas réalisée, l'importance de **l'erreur résiduelle** (3.1.6) se trouve accrue et l'effet du facteur se trouve confondu avec de telles **interactions** (3.1.17). Parfois, ce sont d'autres facteurs d'intérêt que l'on place dans les positions blocs, de sorte qu'il peut y avoir trois facteurs sans désignation de facteur bloc. Cette disposition est équivalente à un **plan factoriel fractionnaire** (3.2.3), dans l'hypothèse où il n'y a pas d'interaction. Certains plans factoriels fractionnaires constituent des carrés latins et il peut être préférable d'aborder le problème du point de vue «factoriel fractionnaire», afin de comprendre les hypothèses relatives aux interactions.

3.2.12
plan en carré gréco-latin

plan factoriel fractionnaire (3.2.3) faisant intervenir 4 **facteurs** (3.1.5), chacun ayant h **niveaux** (3.1.12), dans lequel la combinaison des niveaux de l'un quelconque des facteurs avec les niveaux des trois autres facteurs apparaît une fois, et une fois seulement, dans une expérience de dimension h^2

NOTE 1 Un plan en carré gréco-latin fait intervenir quatre facteurs et les h^2 ($h \geq 3$, nombre entier positif) **unités expérimentales** (3.1.24) sont classées selon trois facteurs **blocs** (3.1.25) (par exemple, facteur ligne, facteur colonne et lettre grecque), chaque facteur ayant h niveaux. Il existe h niveaux du facteur d'intérêt principal affectés aux h^2 unités expérimentales de manière appears in every row and column precisely once and also appears with a Greek letter precisely once.

NOTE 2 Two Latin squares are said to be orthogonal, if each letter in one square coincides exactly once with each letter of the other square. Pairs of Latin square designs that are orthogonal can be combined to produce Graeco-Latin square designs.

NOTE 3 Graeco-Latin square designs allow the incorporation of three blocking variables, all of which have the same number of levels as the number of levels of the factor of primary interest.

EXAMPLE An example of a 4 × 4 Graeco-Latin Square is as follows:

$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$
$B\delta$	$A\gamma$	$D\beta$	$C\alpha$
$C\beta$	$D\alpha$	$A\delta$	$B\gamma$
$D\gamma$	$C\delta$	$B\alpha$	$A\beta$

Factor 1 is given by the rows. Factor 2 is given by the columns. Factor 3 is represented by the Latin letters. The principal (and fourth) factor is represented by the Greek letters.

aléatoire de sorte que chaque **traitement expérimental** (3.1.13) apparaît précisément une seule fois dans chaque ligne et colonne et apparaît également une seule fois avec une lettre grecque.

NOTE 2 Deux carrés latins sont dits orthogonaux lorsque chaque lettre d'un carré coïncide exactement une fois avec chaque lettre de l'autre carré. Les paires de plans en carré latin orthogonaux peuvent être combinées pour produire des plans en carré gréco-latin.

NOTE 3 Les plans en carré gréco-latin permettent d'intégrer trois variables de mise en blocs, ayant toutes le même nombre de niveaux que le nombre de niveaux du facteur d'intérêt principal.

EXEMPLE Voici un exemple de carré gréco-latin 4 × 4:

$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$
$B\delta$	$A\gamma$	$D\beta$	$C\alpha$
$C\beta$	$D\alpha$	$A\delta$	$B\gamma$
$D\gamma$	$C\delta$	$B\alpha$	$A\beta$

Le facteur 1 est donné par les lignes. Le facteur 2 est donné par les colonnes. Le facteur 3 est représenté par les lettres latines. Le facteur principal (quatrième) est représenté par les lettres grecques.

3.2.13
incomplete block design

block design (3.2.9) with at least one **block** (3.1.25) containing less than all of the **experimental treatments** (3.1.13)

NOTE 1 In effect, a **randomized block design** (3.2.10) can be construed as a "complete" block design emphasizing that a sufficient number of experimental units are available within each block to accommodate the required number of treatments.

NOTE 2 If material is divided into blocks and it is desired to allocate certain treatments to the block, the treatments may be too numerous for them to appear in each block. When a block contains less than a complete replication of the treatments, it is called incomplete.

3.2.13
plan en blocs incomplets

plan en blocs (3.2.9) avec au moins un **bloc** (3.1.25) ne contenant pas tous les **traitements expérimentaux** (3.1.13)

NOTE 1 En effet, le **plan en blocs randomisés** (3.2.10) peut être construit comme un plan en blocs «complet», en soulignant qu'un nombre suffisant d'unités expérimentales est disponible dans chaque bloc pour s'adapter au nombre requis de traitements.

NOTE 2 Si le matériau est divisé en blocs et que l'on souhaite affecter certains traitements au bloc, les traitements peuvent être trop nombreux pour apparaître dans chaque bloc. Lorsqu'un bloc ne contient pas une réplique complète des traitements, il est dit incomplet.

3.2.14
balanced incomplete block design
BIBD

incomplete block design (3.2.13) in which each **block** (3.1.25) contains the same number k of different **levels** (3.1.12) from the l levels of the factor of primary interest (3.1.5) arranged so that every pair of levels occurs in the same number λ of blocks from the b blocks

NOTE 1 The term "balanced" refers to consistent number of pairings, "incomplete" refers to the inability to

3.2.14
plan en blocs incomplets équilibrés
PBIE

plan en blocs incomplets (3.2.13) dans lequel chaque **bloc** (3.1.25) contient le même nombre k de **niveaux** (3.1.12) différents parmi les l niveaux du **facteur** (3.1.5) d'intérêt principal, chaque paire de niveaux apparaissant dans le même nombre λ de blocs parmi les b blocs

NOTE 1 Le terme «équilibré» fait référence à un nombre cohérent de paires, le terme «incomplet» fait examine every level of the factor of primary interest in each block, and “block” refers to the strategy of conducting the **experiments** (3.1.1) on homogeneous sets of **experimental units** (3.1.24).

EXAMPLE 1 Consider a situation with 4 experimental treatments and 6 blocks, 2 treatments per block (l = 4, k = 2, b = 6, λ = 1). More specifically, suppose four levels (T_1, T_2, T_3, T_4) of the factor of primary interest are to be studied, but only two levels can be done in one day. If six days are available to conduct the experiment, then the following plan is appropriate:

Day	T_1	T_2	T_3	T_4
1	*	*		
2			*	*
3	*		*	
4		*		*
5	*			*
6		*	*	

In this example, all possible pairs of treatments occur once in the same block.

EXAMPLE 2 Consider a situation with 6 levels of the factor of primary interest and 10 blocks with 3 levels per block (l = 6, k = 3, b = 10, λ = 2). In this case, it is natural to suspect that 20 blocks are in fact necessary since there are 20 possible triplets for 6 levels. Consider the following set of treatments, where each block is given by a triplet:

(T_1,T_2,T_3), (T_1,T_2,T_4), (T_1,T_3,T_5), (T_1,T_4,T_6), (T_1,T_5,T_6)

(T_2,T_3,T_6), (T_2,T_4,T_5), (T_2,T_5,T_6), (T_3,T_4,T_5), (T_3,T_4,T_6)

Here, each pair of levels occurs exactly twice in the set of 10 blocks, but only once in the same block, indicating that 10 blocks may suffice.

EXAMPLE 3 Consider a situation with 7 levels and 7 blocks with 4 levels per block (l = 7, k = 4, b = 7, λ = 2).

	Levels of the factor of primary interest				
Block	1	1	2	3	6
	2	2	3	4	7
	3	3	4	5	1
	4	4	5	6	2
	5	5	6	7	3
	6	6	7	1	4
	7	7	1	2	5

NOTE 2 The balanced incomplete block design implies that every level of the principal factor appears the same number of times h in the experiment and that the following relations hold true:

$bk = lh$, $b \geq l$ and $h(k - 1) = \lambda(l - 1)$.

référence à l'incapacité d'examiner chaque niveau du facteur d'intérêt principal dans chaque bloc, et le terme «bloc» fait référence à la stratégie de réalisation des **expériences** (3.1.1) sur des ensembles homogènes d'**unités expérimentales** (3.1.24).

EXEMPLE 1 Considérons une situation avec 4 traitements et 6 blocs, 2 traitements par bloc (l = 4, k = 2, b = 6, λ = 1). Plus précisément, supposons que l'on étudie quatre niveaux (T_1, T_2, T_3, T_4) du facteur d'intérêt principal, mais que seuls deux niveaux puissent l'être en une journée. Lorsque l'on dispose de six journées pour réaliser l'expérience, le plan suivant est alors approprié:

Jour	T_1	T_2	T_3	T_4
1	*	*		
2			*	*
3	*		*	
4		*		*
5	*			*
6		*	*	

Dans cet exemple, toutes les paires possibles de traitements n'apparaissent qu'une seule fois dans le même bloc.

EXEMPLE 2 Considérons une situation avec 6 niveaux du facteur d'intérêt principal et 10 blocs avec 3 niveaux par bloc (l = 6, k = 3, b = 10, λ = 2). Dans ce cas, il est normal de supposer que 20 blocs sont effectivement nécessaires puisqu'il y a 20 triplets possibles pour 6 niveaux. Considérons l'ensemble suivant de traitements, où chaque bloc est indiqué par un triplet:

(T_1,T_2,T_3), (T_1,T_2,T_4), (T_1,T_3,T_5), (T_1,T_4,T_6), (T_1,T_5,T_6)

(T_2,T_3,T_6), (T_2,T_4,T_5), (T_2,T_5,T_6), (T_3,T_4,T_5), (T_3,T_4,T_6)

Dans cet exemple, chaque paire de niveaux apparaît exactement deux fois dans l'ensemble des 10 blocs, mais une seule fois dans le même bloc, indiquant que 10 blocs sont suffisants.

EXEMPLE 3 Considérons une situation avec 7 niveaux du facteur d'intérêt principal et 7 blocs avec 4 niveaux par bloc (l = 7, k = 4, b = 7, λ = 2).

	Niveaux du facteur d'intérêt principal				
Bloc	1	1	2	3	6
	2	2	3	4	7
	3	3	4	5	1
	4	4	5	6	2
	5	5	6	7	3
	6	6	7	1	4
	7	7	1	2	5

NOTE 2 Le plan en blocs incomplets équilibrés implique que chaque niveau du facteur principal apparaisse le même nombre h de fois dans l'expérience et que les relations suivantes soient vérifiées:

Since each letter in the above equations represents an integer, it is clear that only a restricted set of combinations (l, k, b, h, λ) is possible for constructing balanced incomplete block designs. However, given five integers (l, k, b, h, λ) satisfying the above three conditions, it is not necessarily the case that a BIB exists.

NOTE 3 For **randomization** (3.1.30), arrange the blocks and levels within each block independently at random.

$bk = lh$, $b \geq l$ et $h(k - 1) = \lambda(l - 1)$.

Comme chaque lettre des équations précédentes représente un nombre entier, il est clair que seul un ensemble restreint de combinaisons (l, k, b, h, λ) est possible pour l'élaboration de plans en blocs incomplets équilibrés. Cependant, il n'est pas certain qu'un plan en blocs incomplets équilibrés existe avec cinq nombres entiers (l, k, b, h, λ) satisfaisant aux trois conditions précédentes.

NOTE 3 Pour la **randomisation** (3.1.30), disposer indépendamment les blocs et les niveaux dans chaque bloc de manière aléatoire.

3.2.15
partially balanced incomplete block design
PBIBD

incomplete block design (3.2.13) in which each **block** (3.1.25) contains the same number k of different **levels** (3.1.12) from the l levels of the principal **factor** (3.1.5), arranged so that not all pairs of levels occur together in the same number of the b blocks

NOTE 1 An incomplete block design with l levels and b blocks is a PBIBD with m (≥ 2) associate classes, if the following conditions are satisfied:

a) each block contains k ($< l$) distinct levels;

b) each level appears in h blocks;

c) there exists a relation among levels satisfying:

— any two levels are either 1st, 2nd, ..., mth associates, the relation being symmetric (if level α is the ith associate of level β, then level β is the ith associate of level α);

— each level has ni ith associates, i = 1, 2, ..., m; the number ni being independent of the level chosen;

— given a pair of levels α and β that are ith associates, the number of levels that are simultaneously jth associates of α and kth associates of β is $p_{jk}{}^{i}$, $i, j, k = 1, 2, ..., m$. The number $p_{jk}{}^{i}$ is independent of the pair (α, β) of ith associates;

d) any two levels that are mutually ith associates appear together in λ_i blocks ($i = 1, 2, ..., m$) not all λ_i s are equal.

NOTE 2 The integers $l, b, h, k, \lambda, \lambda, ..., \lambda_m, n_1, n_2, ..., n_m, p_{jk}{}^{i}, i, j, k = 1, 2, ..., m$ are connected by the following:

$$lh = bk$$

$$n_1\lambda_1 + n_2\lambda_2 + K + n_m\lambda_m = h(k-1)$$

$$n_1 + n_2 + K + n_m = l - 1$$

$$n_i p_{jk}{}^{i} = n_j p_{ik}{}^{j} = n_k p_{ij}{}^{k}$$

3.2.15
plan en blocs incomplets partiellement équilibrés
PBIPE

plan en blocs incomplets (3.2.13) dans lequel chaque **bloc** (3.1.25) contient le même nombre k de **niveaux** (3.1.12) différents parmi les l niveaux du **facteur** principal (3.1.5), chaque paire de niveaux n'apparaissant pas ensemble dans le même nombre parmi les b blocs

NOTE 1 Un plan en blocs incomplets avec l niveaux et b blocs est un plan en blocs incomplets partiellement équilibrés avec m (≥ 2) classes associées, lorsque les conditions suivantes sont satisfaites:

a) chaque bloc contient k ($< l$) niveaux distincts;

b) chaque niveau apparaît dans h blocs;

c) il existe une relation parmi les niveaux satisfaisant les conditions suivantes:

— toutes les paires de niveaux sont soit des 1er, 2e,..., m-ième associés, la relation étant symétrique (lorsque le niveau α est le i-ième associé du niveau β, alors le niveau β est le i-ième associé du niveau α);

— chaque niveau a n_i i-ièmes associés, $i = 1, 2,..., m$; le nombre n_i étant indépendant du niveau choisi;

— étant donné une paire de niveaux α et β qui sont i-ièmes associés, le nombre de niveaux qui sont simultanément des j-ièmes associés de α et des k-ièmes associés de β est $p_{jk}{}^{i}$, $i, j, k = 1, 2, ..., m$. Le nombre $p_{jk}{}^{i}$ est indépendant de la paire (α, β) de i-ièmes associés;

d) toutes les paires de niveaux qui sont mutuellement des i-ièmes associés apparaissent ensemble dans λ_i blocs ($i = 1, 2,..., m$), tous les λ_i n'étant pas égaux.

NOTE 2 Les nombres entiers $l, b, h, k, \lambda, \lambda, ..., \lambda_m, n_1, n_2, ..., n_m, p_{jk}{}^{i}, i, j, k = 1, 2, ..., m$ sont liés par les relations suivantes:

EXAMPLE Consider a situation having l = 6, k = 4, b = 6, h = 4, n_1 = 1, n_2 = 4, λ_1 = 4, λ_2 = 2 as depicted, as follows:

	Levels of the factor of primary interest				
Block	1	1	4	2	5
	2	2	5	3	6
	3	3	6	1	4
	4	4	1	5	2
	5	5	2	6	3
	6	6	3	4	1

In this design, every level occurs h = 4 times and starting with any level (for example, level 1), n_1 = 1 level (for example, level 4) is found appearing together with level 1 in λ_1 = 4 blocks and n_2 = 4 levels (numbers 2, 3, 5 and 6) and with level 1 in λ_2 = 2 blocks. Parameters n_1, n_2, λ_1 and λ_2 are the same regardless of the starting level.

3.2.16
Youden square design
block design (3.2.9) derived from certain **Latin square designs** (3.2.11) by deleting or adding rows (or columns) so as to obtain a **randomized block design** (3.2.10) with respect to one **blocking** (3.1.26) **factor** (3.1.5) and a **balanced incomplete block design** (3.2.14) with respect to the other factor

NOTE A Youden square can be considered as a design with two blocking factors associated with the rows and columns of a matrix whose entries represent the levels of the factor of primary interest. Assume, for example, that this layout has the same number of columns as levels, but fewer rows than columns. Each level would appear once in each row resulting in a randomized block design with respect to the row block factor. However, by focusing attention on the column block factor, a balanced incomplete block design would occur. The elimination of the 4th row of the 4 × 4 Latin square yields a 3 × 4 Youden square.

EXAMPLE 1 The factor of primary interest has four levels (A, B, C and D) and there are two block factors— one with 4 levels (columns) and one with three levels (rows). One possible layout is as follows:

$$lh = bk$$

$$n_1\lambda_1 + n_2\lambda_2 + K + n_m\lambda_m = h(k-1)$$

$$n_1 + n_2 + K + n_m = l - 1$$

$$n_i p_{jk}^{\,i} = n_j p_{ik}^{\,j} = n_k p_{ij}^{\,k}$$

EXEMPLE Considérons une situation où l = 6, k = 4, b = 6, h = 4, n_1 = 1, n_2 = 4, λ_1 = 4, λ_2 = 2, comme illustré ci-dessous:

	Niveaux du facteur d'intérêt principal				
Bloc	1	1	4	2	5
	2	2	5	3	6
	3	3	6	1	4
	4	4	1	5	2
	5	5	2	6	3
	6	6	3	4	1

Dans ce plan, chaque niveau apparaît h = 4 fois et, lorsque l'expérience commence avec n'importe quel niveau (par exemple le niveau 1), n_1 = 1 niveau (par exemple le niveau 4) apparaît ensemble avec le niveau 1 en λ_1 = 4 blocs et n_2 = 4 niveaux (numéros 2, 3, 5 et 6) et apparaît avec le niveau 1 en λ_2 = 2 blocs. Les paramètres n_1, n_2, λ_1 et λ_2 sont identiques quel que soit le niveau de départ.

3.2.16
plan en carré de Youden
plan en blocs (3.2.9) dérivé de certains plans en **carré latin** (3.2.11) en supprimant ou en ajoutant des lignes (ou des colonnes) de manière à obtenir un plan en **blocs randomisés** (3.2.10) par rapport à un **facteur** (3.1.5) de **mise en blocs** (3.1.26) et un **plan en blocs incomplets équilibrés** (3.2.14) par rapport à l'autre facteur

NOTE Un carré de Youden peut être considéré comme un plan avec deux facteurs de mise en blocs associés aux lignes et colonnes d'une matrice dont les entrées représentent les niveaux du facteur d'intérêt principal. Supposons, par exemple, que cette disposition ait le même nombre de colonnes que de niveaux, mais moins de lignes que de colonnes. Chaque niveau apparaît une fois dans chaque ligne, de sorte que l'on obtient un plan en blocs randomisés, par rapport au facteur bloc ligne. En revanche, en se concentrant sur le facteur bloc colonne, un plan en blocs incomplets équilibrés apparaît. La suppression de la quatrième ligne du carré latin 4 × 4 conduit à un carré de Youden 3 × 4.

EXEMPLE 1 Le facteur d'intérêt principal a quatre niveaux (A, B, C et D) et il y a deux facteurs blocs — un avec 4 niveaux (colonnes) et un avec trois niveaux (lignes). Une disposition possible est comme suit:

		Block Factor 1 (columns)			
	1	A	D	C	B
Block Factor 2 (rows)	2	B	A	D	C
	3	C	B	A	D
Row not included		~~D~~	~~C~~	~~B~~	~~A~~

Block factor 2 (columns) A, B, C and D indicate the four levels of the factor of primary interest.

		Facteur bloc 1 (colonnes)			
	1	A	D	C	B
Facteur bloc 2 (lignes)	2	B	A	D	C
	3	C	B	A	D
Ligne non incluse		~~D~~	~~C~~	~~B~~	~~A~~

Facteur bloc 2 (colonnes) A, B, C et D indiquent les quatre niveaux du facteur d'intérêt principal.

EXAMPLE 2 The following array depicts a 4×7 Youden square:

3	4	5	6	7	1	2
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

For this example, it can be seen that the rows form a randomized block design and the columns form a BIB design with parameters $l = b = 7$, $h = k = 4$, and $\lambda = 2$.

EXEMPLE 2 L'arrangement suivant illustre un carré de Youden 4×7:

3	4	5	6	7	1	2
5	6	7	1	2	3	4
6	7	1	2	3	4	5
7	1	2	3	4	5	6

Dans cet exemple, on s'aperçoit que les lignes forment un plan en blocs randomisés et que les colonnes forment un plan en blocs incomplets équilibrés avec les paramètres $l = b = 7$, $h = k = 4$, et $\lambda = 2$.

3.2.17
split-plot design

designed experiment (3.1.27) in which the group of **experimental units** (3.1.24) (“plot”) to which the same **factor level** (3.1.12) assigned to the principal factor is subdivided (“split”) so as to study one or more additional principal factors within each level of that factor

EXAMPLE Three levels of factor A are tested in two sets of replicates. Within each level of A, the same two levels of factor B are studied, as shown in Figure 4.

3.2.17
plan en parcelles subdivisées

plan d'expériences (3.1.27) dans lequel le groupe des **unités expérimentales** (3.1.24) («parcelles») auquel le même **niveau de facteur** (3.1.12) est affecté au **facteur d'intérêt principal**, est subdivisé de sorte qu'un ou plusieurs facteurs principaux supplémentaires puissent être étudiés à l'intérieur de chaque niveau de ce facteur

EXEMPLE Trois niveaux du facteur A sont soumis à l'essai en deux ensembles de répliques. À l'intérieur de chaque niveau de A, les deux mêmes niveaux du facteur B sont étudiés. Voir la Figure 4.

Plot/ Parcelle	Replicate I/ Réplique I		Replicate II/ Réplique II	
A_1	A_1B_2	A_1B_1	A_1B_2	A_1B_1
A_2	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_1	A_2B_2
A_3	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_1	A_3B_2

Figure 4 — Split-plot design

Figure 4 — Plan en parcelles subdivisées

NOTE 1 In the example, **replicates** (3.1.36) serve the role of **blocks** (3.1.25) to the first-stage factor of primary interest (A) and each plot assigned to one of the three levels of A serves the role of blocks for the additional second-stage factor of primary interest B (within plot factor) studied within A. Thus, the estimated **residual error** (3.1.6) for the within-plot factor B should be smaller than that for the full **experiment** (3.1.1). In a split-plot design, different measures of residual error are obtained

NOTE 1 Dans l'exemple, les **répliques** (3.1.36) jouent le rôle de **blocs** (3.1.25) à l'égard du premier facteur d'intérêt principal (A) et chaque parcelle affectée à l'un des trois niveaux de A joue le rôle de bloc à l'égard du facteur d'intérêt principal supplémentaire B (facteur intraparcelle) étudié à l'intérieur de A. Ainsi, il convient que l'**erreur résiduelle** (3.1.6) estimée pour le facteur intraparcelle B soit plus petite que celle estimée pour l'**expérience** (3.1.1) dans son ensemble. Dans un plan en for the within-plot and the between-plot effects. It is possible to extend this design further in order to introduce a third-stage factor included in the levels of the second-stage factor. This type of design is frequently used where large series or areas are obtainable for a factor, the levels of which are not easily changed, and the other factors can be varied readily within the series or areas.

NOTE 2 This type of arrangement is common in industrial experimentation as well as in agriculture (whence the name is derived). Frequently, one series of factor levels requires a large experimental unit, while another series of factor levels can be compared with smaller experimental units. For instance, it would require larger amounts of alloy to compare different types of furnaces used to prepare an alloy than it would to compare different types of molds into which the alloy is poured. The types of furnaces are regarded as the levels of the first-stage factor and the types of molds as the levels of the second-stage (within-plot) factor.

Another example is a large machine the speed of which can be changed only by replacing the gear train. This is a time-consuming and expensive task and it would be preferable to make infrequent changes to this factor. The material manufactured at each speed can be heat-treated by several techniques, shaped under varying pressures and smoothed using different polishing agents with relative ease of these shifting from one level of factors to another. These latter constitute the within-plot factors (or second-stage factors) while the speed variations constitute the between plot factor (or first-stage factor).

parcelles subdivisées, des mesures différentes de l'erreur résiduelle sont obtenues d'une part pour les effets intérieurs aux parcelles, d'autre part pour les effets entre parcelles. Il est possible de généraliser ce plan en introduisant un troisième facteur inclus dans les niveaux du deuxième facteur. Ce type de plan est fréquemment utilisé lorsque de longues séries ou de larges surfaces correspondent à un facteur dont les niveaux ne peuvent être aisément modifiés, alors qu'il est facile de faire varier les autres facteurs à l'intérieur de ces séries ou de ces surfaces.

NOTE 2 Cette situation se présente aussi bien dans les expériences du domaine industriel que du domaine agronomique (d'où l'origine de son nom). Très souvent, une série de niveaux de facteur nécessite une grande quantité d'unités expérimentales alors qu'une autre série de niveaux de facteur ne nécessite que des quantités plus petites. Par exemple, la comparaison de différents types de fours utilisés pour préparer un alliage nécessite des quantités plus importantes d'alliage que la comparaison des différents types de moules dans lesquels l'alliage est versé. Les types de fours sont considérés comme les niveaux du premier facteur et les types de moules comme les niveaux du deuxième facteur (intraparcelle).

Un autre exemple est celui d'une machine importante dont la vitesse ne peut être modifiée qu'en remplaçant la boîte de vitesses, ce qui demande du temps et un travail coûteux. Il est donc souhaitable de ne pas intervenir fréquemment sur ce facteur. Le matériau produit à chaque vitesse peut faire l'objet d'un traitement thermique par plusieurs techniques, être mis en forme sous différentes pressions et poli au moyen de différents abrasifs, le passage de l'un à l'autre niveau étant pour ces facteurs relativement faciles. Ceux-ci sont les facteurs intraparcelles (facteurs du second ordre), tandis que la modification de vitesse est le facteur interparcelle (facteur du premier ordre).

3.2.18
two-way split-plot design
split-block design

split-plot design (3.2.17) in which the levels of the second stage **factor** (3.1.5), instead of being **randomized** (3.1.30) independently within each plot, are arranged in strips across plots in each replication; thus, it is considered as a split-plot design in two different ways

EXAMPLE For a 3×4 design, the appropriate arrangements (after randomization) may be as shown in Figure 5.

3.2.18
plan en parcelles subdivisées doubles
plan en blocs subdivisés

plan en parcelles subdivisées (3.2.17) dans lequel les niveaux du deuxième **facteur** (3.1.5), au lieu d'être **randomisés** (3.1.30) indépendamment à l'intérieur de chaque parcelle, sont dans chaque réplique disposés en bandes coupant les parcelles; ainsi, on considère ce plan comme étant un plan en parcelles subdivisées de deux façons différentes

EXEMPLE Dans un plan 3×4, les arrangements appropriés (après randomisation) peuvent être comme illustré à la Figure 5.

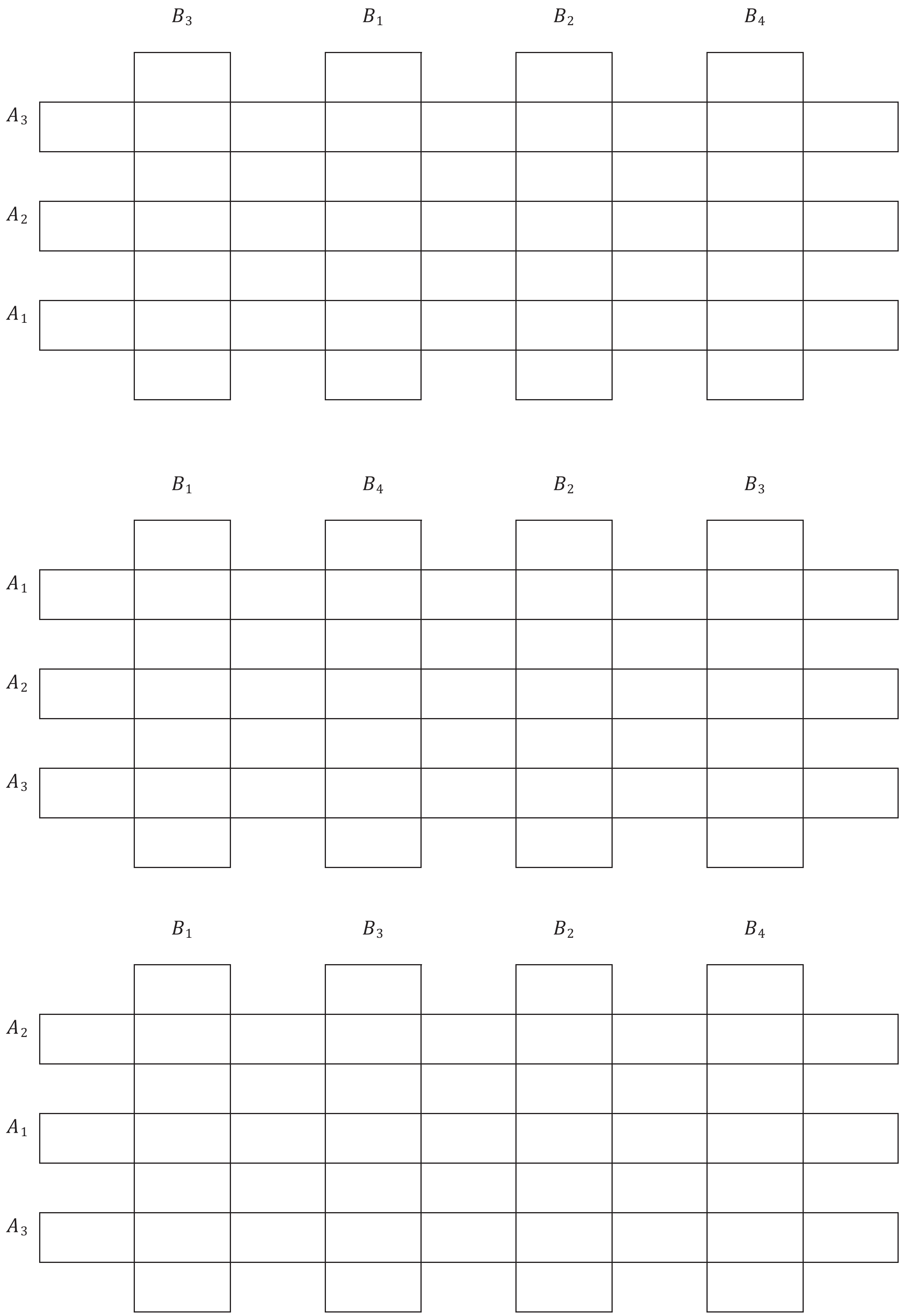


Figure 5 — Two-way split-plot layout

Figure 5 — Arrangement en blocs subdivisés

NOTE The two-way split-plot design results in lower precision for the main effects (average effects) of A and B but provides higher precision for the interactions (differential effects). These latter are generally more accurately determined than in either randomized blocks or the ordinary split-plot design. In industrial experimentation, practical considerations sometimes necessitate the use of two-way split-plot designs, for example, in the textile industry, factor A may be different procedures of bleaching by chlorine peroxide and factor B may be different amounts of hydrogen peroxide in the cooling process.

NOTE Le plan en parcelles subdivisées double sacrifie une partie de la précision sur les effets principaux (effets moyens) de A et B, afin d'obtenir une plus grande précision sur les interactions (effets différentiels). Ces dernières étant généralement déterminées avec plus de précision que dans les plans en blocs randomisés ou les plans en parcelles subdivisées classiques. En expérimentation industrielle, des considérations d'ordre pratique rendent parfois nécessaire l'utilisation de ces plans; par exemple, dans l'industrie textile, le facteur A peut représenter différentes procédures de blanchissage au peroxyde de chlore et le facteur B le rinçage avec différentes quantités de peroxyde d'hydrogène lors du refroidissement.

3.2.19
response surface design

designed experiment (3.1.27) that identifies a subset of **factors** (3.1.5) to be optimized

NOTE 1 Response surface designs characterize the relationship between the response variable and a set of **predictor variables** (3.1.4) by estimating the response surface itself. The “response surface” can be thought of as a conditional expectation of the response variables (assuming the predictor variables are fixed but can vary through the design space). One type of response surface design is an experimental design of factorial type intended to give approximately uniformly efficient estimates of the response surface over the range of the factors. Response surface designs include experimental designs that explore the **curvature** (3.1.21) of the response surface. These designs achieve this by using a quadratic regression equation rather than the linear form of the regression equation used in **factorial designs** (3.2.1). There are various types of response surface designs including the central composite designs (CCD) and Box-Behnken designs [9].

NOTE 2 An obvious benefit of response surface designs is the suggested adjustments to predictor variables (assumed to be continuous) that lead to “improved” responses.

NOTE 3 An early precursor that anticipated response surface methodology was Evolutionary Operation (EVOP). This process consists of systematic changes to the settings in striving for optimal performance [9].

EXAMPLE 1 An example of a central composite design is given [10]. It is a set of **experimental treatments** (3.1.13) consisting of **cube points** (3.1.37), **star points** (3.1.38) and **centre points** (3.1.39) chosen so as to produce an efficient design [typically **rotatable** (3.1.40)]. For three **predictor variables** (3.1.4), the set shown in Table 7 constitutes a central composite design:

3.2.19
plan à surface de réponse

expérience planifiée (3.1.27) qui identifie un sous-ensemble de **facteurs** (3.1.5) en vue d'une optimisation

NOTE 1 Les plans à surface de réponse caractérisent la relation entre la variable de réponse et un ensemble de **variables de prédiction** (3.1.4) en estimant la surface de réponse elle-même. La «surface de réponse» peut être considérée comme une espérance mathématique conditionnelle des variables de réponse (en supposant que les variables de prédiction soient fixes, mais puissent varier dans l'espace du plan). Un type de plan à surface de réponse est un plan d'expériences de type factoriel destiné à fournir des estimations à peu près uniformément efficaces de la surface de réponse sur l'intervalle des facteurs. Les plans à surface de réponse comprennent des plans d'expériences qui analysent la **courbure** (3.1.21) de la surface de réponse. Pour cela, ces plans utilisent une équation de régression quadratique plutôt que la forme linéaire de l'équation de régression utilisée dans les **plans factoriels** (3.2.1). Il existe plusieurs types de plans à surface de réponse, notamment les plans composites centrés (CCD, *central composite designs*) et les plans de Box-Behnken [9].

NOTE 2 L'avantage évident des plans à surface de réponse est de suggérer des ajustements des variables de prédiction (supposées continues) qui entraînent des réponses «améliorées».

NOTE 3 L'expérimentation évolutive a été le précurseur de la méthodologie à surface de réponse. Ce processus consiste à modifier systématiquement les valeurs des paramètres dans le but d'atteindre des performances optimales [9].

EXEMPLE 1 Un exemple de plan composite centré est donné ci-dessous [10]. Il s'agit d'un ensemble de **traitements** (3.1.13) constitué de **points cubiques** (3.1.37), de **points en étoile** (3.1.38) et de **points centraux** (3.1.39) choisis de manière à produire un plan efficace [typiquement **isovariant par rotation** (3.1.40)]. Pour trois **variables de prédiction** (3.1.4), l'ensemble montré au Tableau 7 constitue un plan composite centré.

Table 7 — Central composite design
Tableau 7 — Plan composite centré

Experimental unit/Unité expérimentale	x_1	x_2	x_3
1	–1	–1	–1
2	1	–1	–1
3	–1	1	–1
4	1	1	–1
5	–1	–1	1
6	1	–1	1
7	–1	1	1
8	1	1	1
9	0	0	0
10	0	0	0
11	2	0	0
12	–2	0	0
13	0	2	0
14	0	–2	0
15	0	0	2
16	0	0	–2

Experimental units 1 to 8 include the cube points of the design, equivalent to a **2^3 factorial design** (3.2.5). The levels of the predictor variables are given as coded values. Experimental units 9 and 10 are the centre points and 11 to 16 are the star points. The first eight experimental units constitute the units in a 2^3 factorial design, which could be run separately. Subsequently, the remainder of the design could be undertaken and the results combined in one analysis. The actual order of treatments, overall or within a subgroup, should be **randomized** (3.1.30). The central composite design facilitates this sequential assembly of design components. A fitted model to data obtained from the design can consist of linear (x_1, x_2, x_3), quadratic (x_1^2, x_2^2, x_3^2), and two-way interactions (x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3). The maximum or minimum of the estimated model can be sought via a numerical search, if the objective is an optimization. If the objective is to meet a target value, then the fitted function is evaluated to locate the set of predictor values that produce the specified target.

NOTE 4 A common variant of the central composite design using fewer **factor levels** (3.1.12) is the face-centered central composite design obtained by setting $\alpha = 1$ for all of the star points. The fewer number of levels of the factors may sacrifice rotatability (depending on the number of factors).

EXAMPLE 2 A Box-Behnken design is constructed by judicious combination of 2^k factorial designs with **balanced incomplete block designs** (3.2.14). The set shown in Table 8 constitutes the three-variable Box-Behnken design:

Les unités expérimentales 1 à 8 constituent les points cubiques du plan, équivalent à un **plan factoriel 2^3** (3.2.5). Les niveaux des variables de prédiction sont donnés comme des valeurs codées. Les unités expérimentales 9 et 10 sont les points centraux et les unités expérimentales 11 à 16 sont les points en étoile. Les huit premières unités expérimentales constituent les unités dans un plan factoriel 2^3 qui peut être utilisé séparément. Le reste du plan peut ensuite être réalisé et les résultats combinés au cours d'une seule analyse. Il convient de **randomiser** (3.1.30) l'ordre réel des traitements, au niveau global ou à l'intérieur d'un sous-groupe. Le plan composite centré facilite cet assemblage séquentiel des composantes de plan. Un modèle ajusté aux données obtenues à partir du plan peut consister en des effets principaux (x_1, x_2, x_3), quadratiques (x_1^2, x_2^2, x_3^2) et interactions doubles (x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3). Le maximum ou le minimum du modèle estimé peut être recherché par une analyse numérique si l'objectif est une optimisation. Si l'objectif est d'atteindre une valeur cible, la fonction ajustée est alors évaluée afin de localiser l'ensemble des valeurs de prédiction produisant la cible spécifiée.

NOTE 4 Une variante courante du plan composite centré utilisant moins de **niveaux de facteurs** (3.1.12) est le plan composite centré à face centrée obtenu en fixant $\alpha = 1$ pour tous les points en étoile. Le nombre moins important de niveaux des facteurs peut sacrifier l'isovariance par rotation (selon le nombre de facteurs).

EXEMPLE 2 Un plan de Box-Behnken est établi grâce à une combinaison judicieuse de plans factoriels 2^k et de **plans en blocs incomplets équilibrés** (3.2.14). L'ensemble montré au Tableau 8 constitue le plan de Box-Behnken à trois variables.

Table 8 — Box-Behnken design
Tableau 8 — Plan de Box-Behnken

Experimental unit/Unité expérimentale	x_1	x_2	x_3
1	0	–1	–1
2	0	1	–1
3	0	–1	1
4	0	1	1
5	–1	0	–1
6	1	0	–1
7	–1	0	1
8	1	0	1
9	–1	–1	0
10	1	–1	0
11	–1	1	0
12	1	1	0
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0

EXAMPLE 3 A **pentagon design** is a two-factor design in which the design points consist of five equally spaced locations on the unit circle (using units of the coded variables), and possibly replicated centre points. A set of five points satisfying the definition is: (1, 0), (0,309, 0,951), (−0,809, 0,588), (−0,809, −0,588), (0,309, −0,951). Note that cos(72°) = 0,309; sin(72°) = 0,951, etc.

EXAMPLE 4 A **hexagon design** is a two-factor design in which the design points consist of six equally spaced locations on the unit circle (using units of the coded variables), and possibly replicated centre points. A set of six points satisfying the definition is: (1, 0), (0,5, 0,866), (−0,5,0,866), (−1, 0), (−0,5, −0,866), (0,5, −0,866). Note that cos(60°) = 0,5; sin(60°) = 0,866, etc.

NOTE 5 Any regular geometric figure inscribed in the unit circle can serve as the basis of a rotatable design within the class of response surface designs.

EXEMPLE 3 Un **plan en pentagone** est un plan à deux facteurs dans lequel les points du plan consistent en cinq emplacements également répartis sur le cercle unitaire (utilisant les unités des variables codées), et les points centraux éventuellement répliqués. Un ensemble de cinq points satisfaisant à la définition est le suivant: (1; 0), (0,309; 0,951), (−0,809; 0,588), (−0,809; −0,588), (0,309; −0,951). Noter que cos(72°) = 0,309; sin(72°) = 0,951, etc.

EXEMPLE 4 Un **plan en hexagone** est un plan à deux facteurs dans lequel les points du plan consistent en six emplacements également répartis sur le cercle unitaire (utilisant les unités des variables codées), et les points centraux éventuellement répliqués. Un ensemble de six points satisfaisant à la définition est le suivant: (1; 0), (0,5; 0,866), (−0,5; 0,866), (−1; 0), (−0,5; −0,866), (0,5; −0,866). Noter que cos(60°) = 0,5; sin(60°) = 0,866, etc.

NOTE 5 Toute figure géométrique régulière inscrite dans le cercle unitaire peut servir de base à un plan isovariant par rotation parmi la classe des plans à surface de réponse.

3.2.20
mixture design
design of experiments with mixtures
designed experiment (3.1.27) constructed to handle the situation in which one or more **predictor variables** (3.1.4) are constrained to sum to a fixed quantity

3.2.20
plan pour l'étude de mélanges
plan d'expériences avec mélanges
plan d'expériences (3.1.27) élaboré pour traiter la situation dans laquelle la somme des **variables de prédiction** (3.1.4) est une quantité fixée

NOTE **Factors** (3.1.5) representing proportions of metals in an alloy are a typical example of a mixture design. The **design region** (3.1.9) must satisfy $X_1 + X_2 + ... + X_k = 1$. Special purpose designs are also available if further restrictions apply, such as a minimal proportion for selected factors. A comprehensive treatment of mixture designs is given in Reference [8]. Mixture designs are particularly useful for situations involving the blending of materials.

NOTE Un exemple type d'un plan pour l'étude de mélanges est lorsque les **facteurs** (3.1.5) représentent les proportions des métaux dans un alliage. Le **domaine expérimental du plan** (3.1.9) doit satisfaire $X_1 + X_2 + ... + X_k = 1$. Des plans à usage spécifique sont également disponibles lorsque d'autres restrictions s'appliquent, telles qu'une proportion minimale pour des facteurs choisis. Un traitement complet de plans pour l'étude de mélanges est donné à la Référence [8]. Les plans pour l'étude de mélanges sont particulièrement utiles dans les situations mettant en jeu le mélange de matériaux.

3.2.21
nested design

designed experiment (3.1.27) with at least two **factors** (3.1.5) and with a hierarchical relationship among the factors

NOTE 1 Hierarchical relationships imply a type of rank order among the factors in the sense that each given **factor level** (3.1.12) occurs together with only a single level of another factor immediately above it in the rank order. These factors are referred to as nested factors. In other words, the factors in a nested design are hierarchically ordered in such a way that each level of a subordinate factor appears at most in a single level of each of its superordinate factors.

NOTE 2 This design can be used to evaluate the variance components of the factors involved. For the case of three factors, A, B, and C, every level of factor B appears with only a single level of factor A; similarly, every level of factor C appears with only a single level of factor B. The k-factor nested design, where $k \geq 2$, is sometimes referred to as a k-stage nested design.

NOTE 3 Nested designs provide the capability of identifying the primary contributors to the overall variability in a process in which the contributing factors have subordinate relationships among themselves.

NOTE 4 Crossed designs (see Note 4 of 3.2.1) and nested designs are commonly considered in the context of measurement systems analysis applications. It is critical to recognize if factors are nested or crossed in estimating associated variance components.

NOTE 5 Generally, nested designs are used to evaluate results in terms of **variance components** (3.1.8) rather than in terms of differences in response levels or prediction models.

EXAMPLE 1 Nested designs occur in animal husbandry situations. Consider a situation with two farms, each with respective herds of one or more bulls and two or more cows producing offspring fathered by one of the bulls. The layout in Figure 6 illustrates the structure:

3.2.21
plan emboîté

expérience planifiée (3.1.27) avec au moins deux **facteurs** (3.1.5) et avec une relation hiérarchique entre les facteurs

NOTE 1 Les relations hiérarchiques implique un type de classement par ordre de rang des **facteurs**, dans le sens où chaque **niveau de facteur** (3.1.12) donné apparaît avec un seul niveau d'un autre facteur de rang immédiatement supérieur dans l'ordre hiérarchique. Ces facteurs sont appelés facteurs emboîtés. En d'autres termes, dans un plan emboîté, les facteurs sont ordonnés hiérarchiquement de telle manière que chaque niveau d'un facteur subordonné apparaît au maximum dans un seul niveau de chacun de ses facteurs de rang supérieur.

NOTE 2 Ce plan peut être utilisé pour évaluer les composantes de variance des facteurs concernés. Dans le cas de trois facteurs, A, B, et C, chaque niveau du facteur B apparaît avec un seul niveau du facteur A; de même, chaque niveau du facteur C apparaît avec un seul niveau du facteur B. Le plan emboîté à k facteurs, où $k \geq 2$, est parfois appelé plan emboîté d'ordre k.

NOTE 3 Les plans emboîtés permettent d'identifier les principales composantes de la variabilité globale d'un processus dans lequel les facteurs de contribution ont des relations hiérarchiques entre eux.

NOTE 4 Les plans croisés (voir Note 4 en 3.2.1) et les plans emboîtés sont couramment utilisés dans le contexte des applications d'analyse de systèmes de mesure. Il est essentiel de déterminer si des facteurs sont emboîtés ou croisés lors de l'estimation des composantes de la variance associées.

NOTE 5 En général, les plans emboîtés sont utilisés pour évaluer les résultats en termes de **composantes de la variance** (3.1.8) plutôt qu'en termes de différences de niveaux de réponse ou de modèles de prédiction.

EXEMPLE 1 Des plans emboîtés apparaissent dans les situations d'élevage. Considérons une situation avec deux fermes, ayant chacune un troupeau constitué d'un ou plusieurs taureaux et de deux vaches ou plus, produisant une descendance dont le géniteur est l'un des taureaux. La présentation de la Figure 6 illustre la structure.

Farm A1/Ferme A1			Farm A2/Ferme A2	
Bull 1/Taureau 1		Bull 2/ Taureau 2	Bull 3/Taureau 3	
Cow 1/ Vache 1	Cow 2/ Vache 2	Cow 3/ Vache 3	Cow 4/ Vache 4	Cow 5/ Vache 5
A1B1C1	A1B1C2	A1B2C3	A2B3C4	A2B3C5

Figure 6 — Nested design in animal breeding

Figure 6 — Plan emboîté dans un élevage d'animaux

EXAMPLE 2 Consider a situation in which three different suppliers provide four batches of raw material to a company that will subsequently assay the batches to determine purity.

EXEMPLE 2 Considérons une situation dans laquelle trois fournisseurs différents fournissent quatre lots de matière première à une entreprise qui soumet les lots à essai afin de déterminer leur pureté.

Suppliers/ Fournisseurs	1				2				3			
Batches/Lots	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Figure 7 — Nested design in manufacturing

Figure 7 — Plan emboîté dans la fabrication

As depicted in Figure 7, the batches are nested within each supplier, since, for example, batch 1 from supplier 1 is distinct from batch 1 from supplier 2. Although the batch “label” is the same, the factors batch and supplier are not crossed. This example would still constitute a nested or hierarchical design in the event that the suppliers each provided a different number of batches. The setup shown in Figure 8 is also a nested or hierarchical design:

Comme décrit dans la Figure 7, les lots sont emboîtés dans chaque fournisseur, dans la mesure où, par exemple, le lot 1 du fournisseur 1 est différent du lot 1 du fournisseur 2. Bien que l'«étiquette» du lot soit identique, les facteurs lot et fournisseur ne sont pas croisés. Cet exemple constituerait toujours un plan emboîté ou hiérarchisé dans le cas où les fournisseurs ont fourni un nombre différent de lots chacun. La configuration de la Figure 8 est également un plan emboîté ou hiérarchisé.

Suppliers/ Fournisseurs	1			2				3				
Batches/Lots	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Figure 8 — Another nested design (unbalanced)

Figure 8 — Autre plan emboîté (non équilibré)

However, the analysis would be much more straightforward if the number of batches from each supplier were the same.

Cependant, l'analyse est bien plus directe lorsque le nombre de lots de chaque fournisseur est identique.

3.2.22
balanced nested design
fully nested design

nested design (3.2.21) in which the number of **factor levels** (3.1.12) of the nested **factors** (3.1.5) is constant

EXAMPLE Figure 9 depicts a balanced nested design:

3.2.22
plan emboîté équilibré
plan complètement emboîté

plan emboîté (3.2.21) dans lequel le nombre de **niveaux de facteur** (3.1.12) des **facteurs** (3.1.5) emboîtés est constant

EXEMPLE La Figure 9 illustre un plan emboîté équilibré.

Laboratories/ Laboratoires	Laboratory 1/ Laboratoire 1				Laboratory 2/ Laboratoire 2				Laboratory 3/ Laboratoire 3				Laboratory 4/ Laboratoire 4			
Days/Journées	Day 1/ Journée 1		Day 2/ Journée 2		Day 3/ Journée 3		Day 4/ Journée 4		Day 5/ Journée 5		Day 6/ Journée 6		Day 7/ Journée 7		Day 8/ Journée 8	
Measurements/ Mesures	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M11	M12	M13	M14	M15	M16

Figure 9 — Balanced nested design

Figure 9 — Plan emboîté équilibré

This design is a balanced nested design because every laboratory expends two days (the number of levels of factor B is two), and two measurement results are obtained on every day at each of the laboratories (the number of the levels of factor C is two). The days used by the laboratories are likely to be different because they presumably have been chosen randomly over a given testing window.

NOTE It is sometimes possible to adjust the definition of a factor into levels that can be compared across the other factors so as to obtain more meaningful information. B_1 can be allocated to Monday and B_2 can be allocated to Friday. Therefore, results obtained on Mondays can be compared with those obtained on Fridays. All of the laboratories would thus have this in common, unlike the previous situation where they were two unrelated (across laboratories) day allocations. This configuration would now represent a crossed (i.e. each level of a factor is used with all levels of the other factors) rather than a nested classification and hence, can be viewed as a factorial experiment.

Ce plan est un plan emboîté équilibré dans la mesure où chaque laboratoire utilise deux journées (le nombre de niveaux du facteur B est deux), et où deux résultats de mesure sont obtenus chaque journée dans chacun des laboratoires (le nombre de niveaux du facteur C est deux). Les journées sont supposées être choisies au hasard sur un créneau d'essai donné de sorte que les journées que les laboratoires ont utilisées sont probablement différentes.

NOTE Il est parfois possible d'adapter la définition d'un facteur en niveaux qui peuvent être comparés aux autres facteurs afin d'obtenir des informations plus significatives. B_1 peut être attribué à lundi, et B_2 à vendredi. Par conséquent, les résultats obtenus les lundis peuvent être comparés à ceux obtenus les vendredis. Tous les laboratoires ont ainsi un trait commun, contrairement à la situation précédente avec deux affectations indépendantes (entre laboratoires) de journées. Cette configuration représente désormais une classification croisée (c'est-à-dire que chaque niveau d'un facteur est utilisé avec tous les niveaux des autres facteurs) plutôt qu'une classification emboîtée et peut donc être ainsi perçue comme un plan factoriel.

3.2.23
staggered nested design

nested design (3.2.21) in which the second nested **factor** (3.1.5) has two **factor levels** (3.1.12) in one level of the first nested factor but has only one level in the other level of the first nested factor

EXAMPLE Figure 10 depicts a staggered nested design:

3.2.23
plan irrégulièrement emboîté

plan emboîté (3.2.21) dans lequel le second **facteur** emboîté (3.1.5) a deux **niveaux de facteur** (3.1.12) dans un niveau du premier facteur emboîté, mais n'a qu'un niveau présent dans l'autre niveau du premier facteur emboîté

EXEMPLE La Figure 10 illustre un plan irrégulièrement emboîté.

Laboratories/ Laboratoires	Laboratory 1/ Laboratoire 1			Laboratory 2/ Laboratoire 2			Laboratory 3/ Laboratoire 3			Laboratory 4/ Laboratoire 4		
Days/Journées	Day 1/ Journée 1		Day 2/ Jour. 2	Day 3/ Journée 3		Day 4/ Jour. 4	Day 5/ Journée 5		Day 6/ Jour. 6	Day 7/ Journée 7		Day 8/ Jour. 8
Measurements/ Mesures	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M11	M12

Figure 10 — Staggered nested design

Figure 10 — Plan irrégulièrement emboîté

NOTE For staggered nested designs, all **factor effects** (3.1.14) are estimated with approximately the same number of degrees of freedom.

3.2.24
optimal design

⟨estimation⟩ **designed experiment** (3.1.27) whose factor level (3.1.12) settings are determined to optimize a particular criterion, typically a function of the **design matrix** (3.2.25)

NOTE 1 In optimizing a particular criterion, note that the resulting optimal design is predicated upon having the correct **model** (3.1.2). If the presumed model is incorrect, then the optimal design may be theoretically optimal (i.e. mathematically) but may not be useful for practical purposes. Nonetheless, several of the experimental designs mentioned earlier in this sub-clause can be considered as optimal designs. An optimal design strives to obtain the best possible parameter estimates corresponding to a specified criterion within a class of presumed models [e.g. quadratic function of the **predictor variables** (3.1.4)].

NOTE 2 As noted in the Introduction to this part of ISO 3534, costs play an important role in experimental design. Minimization of cost while attaining a certain level of quality can be an objective in experimentation. However, for this clause, attention is restricted to criteria related to statistical estimation. An assumed model of the form $\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ is the starting point in searching for designs which assess the estimation of $\boldsymbol{\beta}$.

3.2.25
design matrix

⟨design of experiments⟩ matrix with rows representing individual **experimental treatments** (3.1.13) (possibly transformed according to the assumed model) which can be extended by deduced levels of other functions of factor levels (**interactions** (3.1.17), quadratic terms, etc.) but are dependent upon the **designed experiment** (3.1.27)

NOTE 1 For a given **experimental plan** (3.1.29), several design matrices can be envisaged depending upon the assumed model. Regardless of the assumed model, the assignment matrix is a subset of the columns representing the settings of the **predictor variables** (3.1.4), necessary to conduct the experiment. See Note 2 of 3.1.27.

NOTE 2 The design or model matrix is commonly denoted X. Each row of X corresponds to a single treatment. The first column of X may consist of all 1's if an overall mean term, for example μ, is in the model. Other columns can represent **factor levels** (3.1.12) or functions of the predictor variables. For a $\mathbf{2^3}$ **factorial design**

NOTE Pour les plans irrégulièrement emboîtés, tous les **effets de facteur** (3.1.14) sont estimés avec approximativement le même nombre de degrés de liberté.

3.2.24
plan optimal

⟨estimation⟩ **expérience planifiée** (3.1.27) dont les valeurs de **niveau de facteur** (3.1.12) sont déterminées pour optimiser un critère particulier, typiquement une fonction de la **matrice de plan** (3.2.25)

NOTE 1 Dans l'optimisation d'un critère particulier, il convient de noter que le plan optimal résultant est supposé avoir le **modèle** (3.1.2) correct. Lorsque le modèle présumé n'est pas correct, le plan optimal peut alors être optimal au sens mathématique, mais non au sens pratique du terme. Néanmoins, plusieurs des plans d'expériences mentionnés précédemment dans ce paragraphe peuvent être considérés comme des plans optimaux. Un plan optimal vise à obtenir les meilleures estimations possibles des paramètres correspondant à un critère spécifié dans une classe de modèles théoriques [par exemple, fonction quadratique des **variables de prédiction** (3.1.4)].

NOTE 2 Comme indiqué dans l'Introduction de la présente partie de l'ISO 3534, les coûts jouent un rôle important dans le plan d'expériences. Réduire les coûts tout en atteignant un certain niveau de qualité peut être un objectif de l'expérimentation. Toutefois, pour ce paragraphe, l'attention se concentre sur les critères liés à l'estimation statistique. Un modèle présumé ayant la forme $\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ est le point de départ dans la recherche de plans permettant d'évaluer l'estimation de $\boldsymbol{\beta}$.

3.2.25
matrice de plan

⟨plan d'expériences⟩ matrice dotée de lignes représentant les **traitements expérimentaux** (3.1.13) individuels (potentiellement transformés selon le modèle présumé), éventuellement étendus par les niveaux déduits des autres fonctions des niveaux de facteur (**interactions** (3.1.17), termes quadratiques, etc.), mais qui dépendent de l'**expérience planifiée** (3.1.27)

NOTE 1 Pour un plan **expérimental** (3.1.29) donné, plusieurs matrices de plan peuvent être envisagées selon le modèle présumé. Quel que soit le modèle présumé, la matrice d'affectation est un sous-ensemble des colonnes représentant les valeurs des **variables de prédiction** (3.1.4) nécessaires pour réaliser l'expérience. Voir Note 2 en 3.1.27.

NOTE 2 La matrice de plan ou de modèle est généralement désignée par X. Chaque ligne de X correspond à un seul traitement La première colonne de X peut être entièrement composée de 1 lorsqu'un terme moyen global, par exemple μ, se trouve dans le modèle.

(3.2.5), one possible design matrix (8 x 7) is given, as follows:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

The columns in order correspond to I, A, B, C, AB, AC, and BC. The corresponding model is $\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ where $\boldsymbol{y}$ and $\boldsymbol{\varepsilon}$ are vectors of dimension 8×1 and $\boldsymbol{\beta}$ is a vector of dimension 7×1. The matrix X is dimension 8×7 with entries as just given. The entries of the transposed vector $\boldsymbol{\beta}$ can be represented as $(\mu,\beta_1,\beta_2,\beta_3,\beta_4,\beta_5,\beta_6)$. The intercept term μ corresponds to column I having all 1's as entries. The term " β_1" is the regression coefficient associated with factor A. The regression coefficient β_1 is equal to one half of the main effect associated with factor A. Analogous statements can be made to relate β_2 to factor B, to relate β_3 to factor C, and so forth to relate β_6 to the interaction factor BC.

Les autres colonnes peuvent représenter les **niveaux de facteurs** (3.1.12) ou les fonctions des variables de prédiction. Pour un **plan factoriel 2^3** (3.2.5), une matrice de plan possible (8 x 7) est présentée ci-dessous:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Les colonnes correspondent, dans l'ordre, à I, A, B, C, AB, AC et BC. Le modèle correspondant est $\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ où $\boldsymbol{y}$ et $\boldsymbol{\varepsilon}$ indiquent un vecteur dimension 8x1 et $\boldsymbol{\beta}$ un vecteur de dimension 7×1. La matrice X est de dimension 8x7 avec les entrées indiquées ci-dessus. Les entrées du vecteur transposé $\boldsymbol{\beta}$ peuvent être représentées par μ, β_1, β_2, β_3, β_4, β_5, β_6). Le terme constant μ correspond à la colonne I n'ayant que des entrées 1. Le terme «β_1» est le coefficient de régression associé au facteur A. Le coefficient de régression β_1 est égal à la moitié de l'effet principal associé au facteur A. Des énoncés analogues peuvent être utilisés pour relier β_2 au facteur B, pour relier β_3 au facteur C, et ainsi de suite jusqu'à relier β_6 au facteur d'interaction BC.

3.2.26
D-optimal design

optimal design (3.2.24) that maximizes the determinant of $X'X$ where X is the **design matrix** (3.2.25)

NOTE 1 The notation $X'X$ indicates the multiplication of the transpose of X with X. For example, if X has dimension $n\times p$, then $X'X$ has dimension $(p\times n)\times(n\times p) = p\times p$.

NOTE 2 The criterion for the D-optimal design relates to the volume of the confidence ellipsoid of the coefficients associated with the design matrix X. Thus, a D-optimal design is one that can produce high precision regression parameter estimates. Such designs can be obtained within many statistical software packages, thus relieving the burden of their construction. Such designs are "optimal" provided the assumed model is correct, which represents a potential criticism of the designs

EXAMPLE Many common experimental designs in use are D-optimal, although this property may not be immediately evident to the practitioner. For example, the Plackett-Burman **screening designs** (3.2.8) are D-optimal with respect to a main effects model.

3.2.26
plan D optimal

plan optimal (3.2.24) qui maximise le déterminant de $X'X$ où X est la **matrice de plan** (3.2.25)

NOTE 1 La notation $X'X$ indique la multiplication de la transposée de X avec X. Par exemple, si X a la dimension $n\times p$, alors $X'X$ a la dimension $(p\times n)\times(n\times p) = p\times p$.

NOTE 2 Le critère de D-optimalité correspond au volume de l'ellipsoïde de confiance des coefficients associés à la matrice de plan X. Par conséquent, un plan D optimal permet de produire des estimations très précises des paramètres de régression. De tels plans sont disponibles dans de nombreux logiciels statistiques, supprimant ainsi la charge de leur construction. De tels plans sont «optimaux» à condition que le modèle présumé soit correct, ce qui représente une critique potentielle de ces plans.

EXEMPLE De nombreux plans d'expériences couramment utilisés sont des plans D optimaux, bien que cette propriété puisse ne pas être immédiatement évidente pour le praticien. Par exemple, les **plans de criblage** (3.2.8) de Plackett-Burman sont des plans D optimaux par rapport à un modèle d'effets principaux.

3.2.27
A-optimal design

optimal design (3.2.24) that maximizes the trace of $X'X$ where X is the **design matrix** (3.2.25)

NOTE The A-optimal criterion is equivalent to minimizing the sum of the variances of the estimators for the different regression coefficients. Equivalently, the minimization is of the arithmetic mean of the sum of the variances of the estimators for the different regression coefficients.

3.2.27
plan A optimal

plan optimal (3.2.24) qui maximise la trace de $X'X$ où X est la **matrice de plan** (3.2.25)

NOTE Le critère de A-optimalité consiste à minimiser la somme des variances des estimateurs pour les différents coefficients de régression. En d'autres termes, la minimisation concerne la moyenne arithmétique de la somme des variances des estimateurs pour les différents coefficients de régression.

3.2.28
G-optimal design

optimal design (3.2.24) that minimizes the maximum variance of prediction over the **design region** (3.1.11)

NOTE 1 The G-optimal criterion is to minimize the maximum variance of the regression function over the range of the design region.

NOTE 2 It can be shown that in certain mathematical contexts the D- and G-optimality criteria are equivalent, so that one can use the G-optimality criterion (which facilitates the optimization process) to obtain a D-optimal design [9].

3.2.28
plan G optimal

plan optimal (3.2.24) qui minimise la variance maximale de prédiction sur l'**espace du plan** (3.1.11)

NOTE 1 Le critère de G-optimalité consiste à minimiser la variance maximale de la fonction de régression sur l'étendue du domaine expérimental.

NOTE 2 Il peut être démontré que, dans certains contextes mathématiques, les critères d'optimisation D et G sont équivalents, de sorte que l'on puisse utiliser le critère d'optimisation G (qui facilite le processus d'optimisation) pour obtenir un plan optimal D [9].

3.2.29
orthogonal design

designed experiment (3.1.27) with a **design matrix** (3.2.25) X such that $X'X$ is a diagonal matrix

NOTE In an orthogonal design, each pair of columns of the design matrix are orthogonal. Further for the specific model $\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ with X orthogonal, and ε having covariance matrix $\sigma^2 I$, the covariance matrix of $\hat{\beta}$ is $\sigma^2 \left(X'X\right)^{-1} = \sigma^2 I$.

3.2.29
plan orthogonal

expérience planifiée (3.1.27) avec une **matrice de plan** (3.2.25) X telle que $X'X$ soit une matrice diagonale

NOTE Dans un plan orthogonal, chaque paire de colonnes de la matrice de plan est orthogonale. De plus, pour le modèle $\boldsymbol{y} = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ avec X orthogonale et ε ayant une matrice de covariance $\sigma^2 I$, la matrice de covariance de $\hat{\beta}$ est $\sigma^2 \left(X'X\right)^{-1} = \sigma^2 I$.

3.2.30
saturated design

designed experiment (3.1.27) whose **design matrix** (3.2.25) has the same number of columns as the number of runs of the experiment

NOTE 1 It is impossible to estimate unambiguously more parameters in the model than experimental units in the design. Although each parameter could be estimated in this case, there would be no degrees of freedom remaining to estimate the variance of the **residual error** (3.1.6), which further precludes hypothesis testing.

NOTE 2 Supersaturated designs (see 3.2.8, Note 4) provide a mechanism to investigate situations where the number of factors of interest exceeds the number of **experimental units** (3.1.24) in the designs (but not unambiguously as indicated in the previous note).

3.2.30
plan saturé

expérience planifiée (3.1.27) dont la **matrice de plan** (3.2.25) a le même nombre de colonnes que le nombre de traitements de l'expérience

NOTE 1 Il est impossible d'estimer sans ambiguïté plus de paramètres dans le modèle que d'unités expérimentales dans le plan. Bien que chaque paramètre puisse être estimé dans ce cas, il ne subsiste aucun degré de liberté pour estimer la variance de l'**erreur résiduelle** (3.1.6), ce qui exclut aussi tout test d'hypothèse.

NOTE 2 Les plans supersaturés (voir 3.2.8, Note 4) offrent un mécanisme pour étudier les situations dans lesquelles le nombre de facteurs d'intérêt dépasse le nombre d'**unités expérimentales** (3.1.24) dans les plans (mais pas sans ambiguïté comme indiqué dans la note précédente).

3.2.31
completely randomized design
designed experiment (3.1.27) with no restriction on **randomization** (3.1.30) in the assignment of **experimental treatments** (3.1.13) to **experimental units** (3.1.24)

NOTE 1 A completely randomized design may be particularly appropriate, if there were no prior knowledge of possible heterogeneity among the experimental units (i.e. **blocking** (3.1.26) would be an appropriate approach in such a circumstance).

NOTE 2 Completely randomized designs are used for studying the effects of one primary **factor** (3.1.5) without the need to take other factors (variables) into account as in a **one-factor experiment** (3.1.33).

3.2.31
plan complètement randomisé
expérience planifiée (3.1.27) sans restriction de la **randomisation** (3.1.30) dans l'affectation des **traitements expérimentaux** (3.1.13) aux **unités expérimentales** (3.1.24)

NOTE 1 Un plan complètement randomisé peut être particulièrement approprié lorsque l'on ne dispose pas d'information préalable sur une éventuelle hétérogénéité des unités expérimentales [c'est-à-dire que la **mise en blocs** (3.1.26) serait une méthode appropriée dans une telle situation].

NOTE 2 Les plans complètement randomisés sont utilisés pour étudier les effets d'un **facteur** (3.1.5) principal sans avoir à tenir compte des autres facteurs (variables) comme dans une **expérience à un facteur** (3.1.33).

3.3 Methods of analysis

3.3.1
graphical method
pictorial depiction of results from an **experiment** (3.1.1)

NOTE Simple plots can provide an initial, effective assessment as to the outcome of a designed experiment. Examples given in this section of the standard include **main effects plots** (3.3.2), **interaction plots** (3.3.3), **quantile plots of effects** (3.3.4), and **residual plot** (3.3.5).

3.3 Méthodes d'analyse

3.3.1
méthode graphique
représentation graphique des résultats d'une **expérience** (3.1.1)

NOTE Des tracés simples peuvent fournir une évaluation initiale efficace du résultat d'une expérience planifiée. Les exemples donnés dans cet article de la norme comprennent les **tracés des effets principaux** (3.3.2), les **tracés des interactions** (3.3.3), les **tracés des quantiles des effets** (3.3.4) et le **tracé des résidus** (3.3.5).

3.3.2
main effects plot
plot giving the average responses at the various **factor** (3.1.5) levels of individual factors

EXAMPLE Table 9 presents data used in this example. The data is drawn from Box, Hunter and Hunter [2].

3.3.2
tracé des effets principaux
tracé donnant les réponses moyennes aux différents niveaux de chaque **facteur** (3.1.5)

EXEMPLE Le Tableau 9 présente les données utilisées dans cet exemple. Les données sont extraites de la publication de Box, Hunter et Hunter [2].

Table 9 — Data associated with Figure 3

Tableau 9 — Données associées à la Figure 3

#	Catalyst/ Catalyseur	Temperature/ Température	Pressure/ Pression	Concentration/ Concentration	Conversion/ Conversion %
1	–	–	–	–	71
2	+	–	–	–	61
3	–	+	–	–	90
4	+	+	–	–	82
5	–	–	+	–	68
6	+	–	+	–	61
7	–	+	–	–	87
8	+	+	+	–	80
9	–	–	–	+	61
10	+	–	–	+	50
11	–	+	–	+	89
12	+	+	–	+	83
13	–	–	+	+	59
14	+	–	+	+	51
15	–	+	+	+	85
16	+	+	+	+	78

The following figure gives such a plot for the example taken from 10.8 of Reference [2]. The response variable is the conversion percentage and the **predictor variables** (3.1.4) are the catalyst charge (A), the temperature (B), the pressure (C), and the concentration (D). Each predictor variable was given at two levels, denoted "−" for low, and "+" for high. A **2^4 full factorial experiment** (3.2.5) was conducted. From Figure 11, it is apparent that temperature appears to have the most substantial effect on conversion, with the catalyst second and the remaining two factors fairly comparable. Additional analyses would be necessary to assess whether the slopes of the connected lines in the plot are significantly different from zero.

La Figure 11 donne un tel tracé pour l'exemple tiré du paragraphe 10.8 de la Référence [2]. La variable de réponse est un pourcentage de conversion et les **variables de prédiction** (3.1.4) sont la charge de catalyseur (A), la température (B), la pression (C) et la concentration (D). Chaque variable de prédiction a deux niveaux, notés «−» pour inférieur et «+» pour supérieur. Un **plan factoriel complet 2^4** (3.2.5) a été effectué. La Figure 11 fait apparaître que la température semble avoir l'effet le plus important sur la conversion, avec le catalyseur en seconde position et les deux facteurs restants assez comparables. D'autres analyses sont nécessaires pour évaluer si les pentes des droites du tracé sont très différentes de zéro.

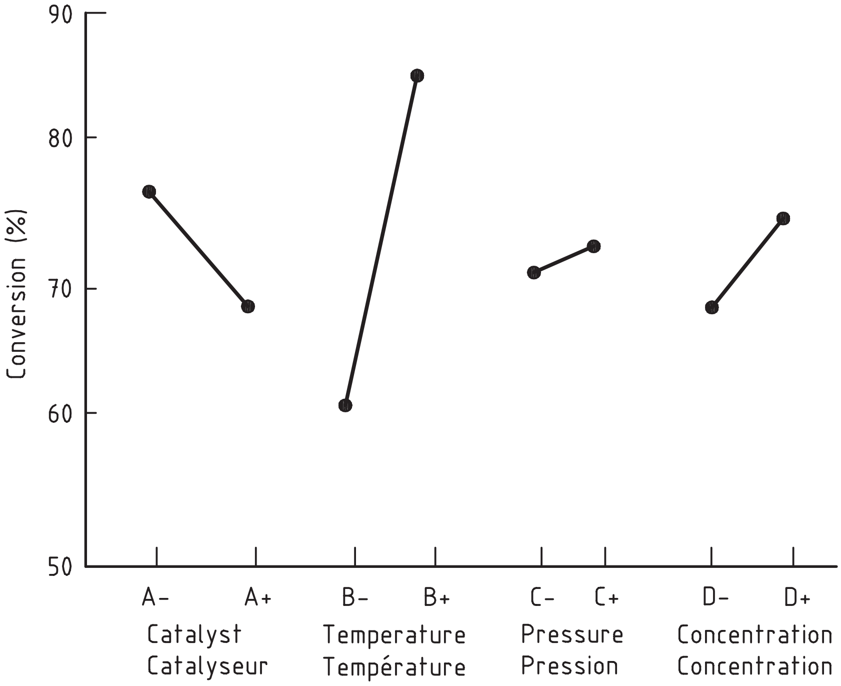


Figure 11 — Main effects plot

Figure 11 — Tracé des effets principaux

NOTE A main effects plot gives the average value of the **response variable** (3.1.3) at the various levels of each factor. The nature and magnitude of the effect of each factor on the response is apparent. The presence of **interactions** (3.1.17) can hide the effects of various factors.

NOTE Un tracé des effets principaux donne la valeur moyenne de la **variable** de **réponse** (3.1.3) aux différents niveaux de chaque facteur. Le sens et l'ampleur de l'effet de chaque facteur sur la réponse sont apparents. La présence d'**interactions** (3.1.17) peut masquer les effets de différents facteurs.

3.3.3
interaction plot

main effects plot (3.3.2) for a single **factor** (3.1.5) constructed for each level of another factor

NOTE **Interaction** (3.1.17) plots provide a graphical detection tool for interpreting interactions. Lack of parallelism in the plot is an indication of interaction effects. See the plots in (3.1.17).

3.3.3
tracé des interactions

tracé des effets principaux (3.3.2) d'un **facteur** (3.1.5) construit pour chaque niveau d'un autre facteur

NOTE Les tracés d'**interaction** (3.1.17) fournissent un outil de détection graphique pour l'interprétation des interactions. Le manque de parallélisme dans le tracé est une indication d'effets d'interaction. Voir les tracés en (3.1.17).

3.3.4
quantile plot of effects

plot of the standard normal quantiles versus the estimated **factor effects** (3.1.14) in a **full factorial** (3.2.1) or **fractional factorial design** (3.2.3)

EXAMPLE Table 10 provides the estimates of the effects corresponding to the example in 3.3.2.

3.3.4
tracé des quantiles des effets

tracé des quantiles de la loi normale en fonction des **effets des facteurs** estimés (3.1.14) dans un plan **factoriel complet** (3.2.1) ou un plan **factoriel fractionnaire** (3.2.3)

EXEMPLE Le Tableau 10 fournit les estimations des effets correspondant à l'Exemple en 3.3.2.

Table 10 — Estimated factor effects
Tableau 10 — Effets de facteur estimés

A	–8,00	*AB*	1,00	*ABC*	–0,75
B	24,00	*AC*	0,75	*ABD*	0,50
C	–2,25	*AD*	0,00	*ACD*	–0,25
D	–5,50	*BC*	–1,25	*BCD*	–0,75
		BD	4,50	*ABCD*	–0,25
		CD	–0,25		

Figure 12 shows a plot of the estimated factor effects from the example in 3.3.2.

La Figure 12 montre un tracé des effets de facteur estimés de l'Exemple donné en 3.3.2.

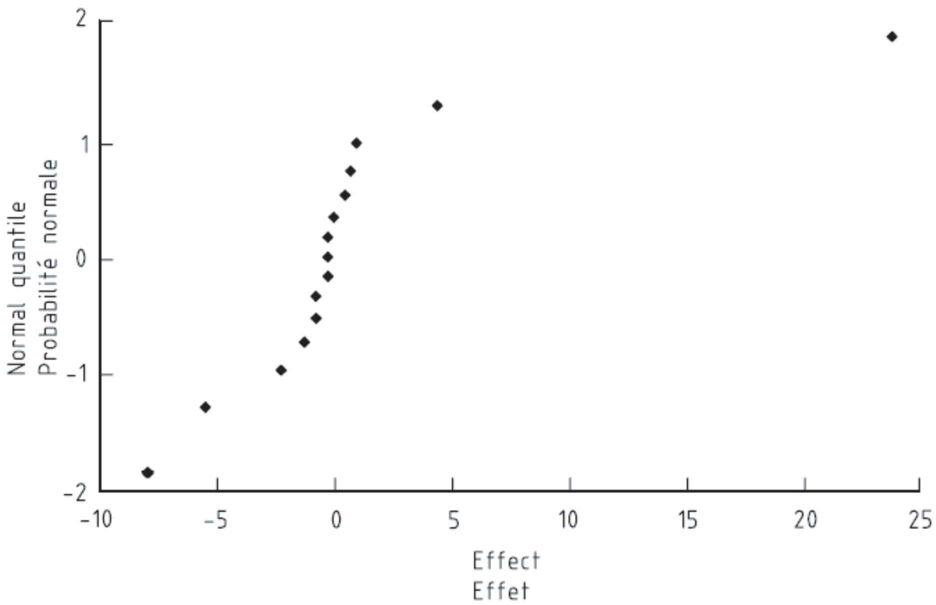


Figure 12 — Quantile plot of effects
Figure 12 — Tracé des quantiles des effets

NOTE For **experiments** (3.1.1) without replication, this plot may suggest dominant effects (i.e. those points far to the left or far to the right of a “guide”-line through the main body of the plotted points). In Figure 11, the upper right-hand point with a **main effect** (3.1.15) equal to 24 corresponds to the temperature effect. In Figure 12, the upper right-hand point with an estimated **factor effect** (3.1.14) equal to 24 is seen from Table 10 to be the effect of *B* which is temperature, so it is twice the estimated **main effect** (3.1.15) of temperature.

NOTE Pour les **expériences** (3.1.1) sans réplication, ce tracé peut suggérer les effets dominants (tels que les points les plus à droite ou les plus à gauche d'une ligne «directrice» passant par la structure principale des points tracés). Dans la Figure 11, le point supérieur droit, dont **l'effet principal** (3.1.15) est égal à 24, correspond à l'effet de la température. Dans la Figure 12, le point supérieur droit, dont l'**effet de facteur** (3.1.14) estimé est égal à 24 correspond, d'après le Tableau 10, à l'effet de *B* qui est la température, de sorte qu'il représente l'**effet principal** (3.1.15) de température estimé.

3.3.5
residual plot

plot of the **residuals** (3.1.7) versus the corresponding values of the **predictor variable** (3.1.4) or versus the **factor levels** (3.1.12) of a particular **factor** (3.1.5)

EXAMPLE The example given in 3.3.2 is continued using the model with the four **main effects** (3.1.15) and the BD **interaction** (3.1.17) as the model shown in Figure 13.

3.3.5
tracé des résidus

tracé des **résidus** (3.1.7) en fonction des valeurs correspondantes de la **variable de prédiction** (3.1.4) ou en fonction des **niveaux de facteur** (3.1.12) d'un **facteur** particulier (3.1.5)

EXEMPLE À partir de l'exemple donné en 3.3.2, en utilisant le modèle avec les quatre **effets principaux** (3.1.15) et l'**interaction** (3.1.17) BD, on obtient le modèle illustré à la Figure 13.

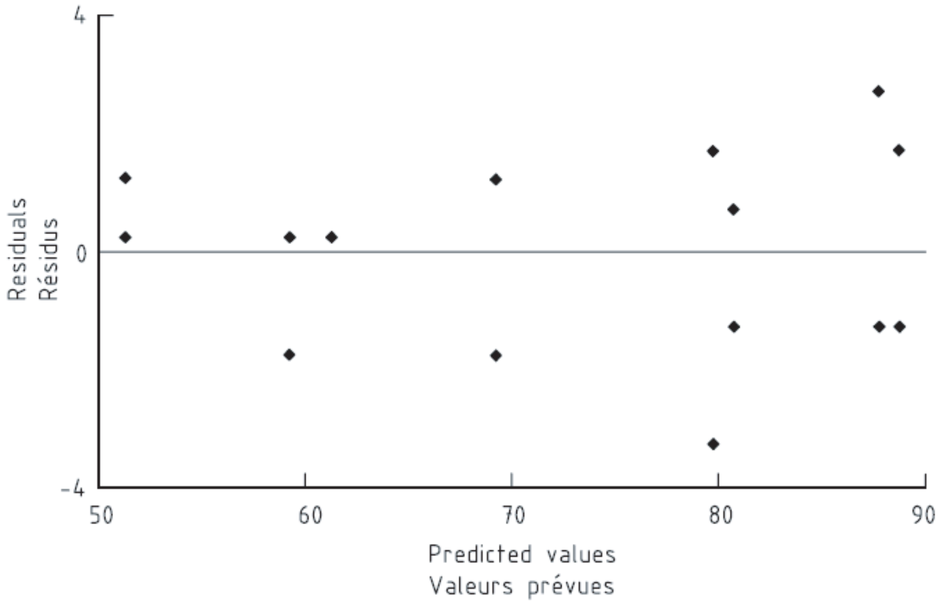


Figure 13 — Residual plot

Figure 13 — Tracé des résidus

NOTE 1 Residual plots may assist in identifying outliers (extreme observations) relative to the overall **model** (3.1.2) fit or provide an indication of non-linearity Moreover, a possible non-constant variance (i.e. heteroscedasticity) can be revealed as well with a residual plot (e.g. an increasing dispersion of residuals for increasing predicted values.) Additional plots of the residuals versus other available variables not included in the model may indicate the need to refine the model.

NOTE 2 A **quantile plot** (3.3.4) of the residuals can be used to detect a deviation from the assumption of normality of the **residual error** (3.1.6).

NOTE 1 Les tracés des résidus peuvent aider à identifier les valeurs atypiques (observations extrêmes) par rapport à l'ajustement global du **modèle** (3.1.2) ou fournir une indication de non linéarité. De plus, une éventuelle variance non constante (c'est-à-dire, hétéroscédasticité) peut aussi être révélée avec un tracé des résidus (par exemple, une dispersion accrue des résidus pour des valeurs prédites croissantes). D'autres tracés des résidus en fonction d'autres variables disponibles non incluses dans le modèle peuvent indiquer la nécessité d'affiner le modèle.

NOTE 2 Un **tracé des quantiles** (3.3.4) des résidus peut être utilisé pour détecter un écart par rapport à l'hypothèse de normalité de l'**erreur résiduelle** (3.1.6).

3.3.6
method of least squares

technique of parameter estimation which minimizes $\sum e^2$, where e is the difference between the observed value and the predicted value derived from the assumed **model** (3.1.2), and the sum is taken over all **experimental treatments** (3.1.13)

3.3.6
méthode des moindres carrés

technique d'estimation de paramètres qui minimise $\sum e^2$, où e est la différence entre la valeur observée et la valeur prévue par le **modèle** (3.1.2) présumé et où la somme est prise sur tous les **traitements expérimentaux** (3.1.13)

NOTE 1 **Pure random error** (3.1.9) associated with individual observations are ordinarily assumed to be independent, although inferential methods can be employed to include correlated errors. The usual **analysis of variance** (3.3.8), **regression analysis** (3.3.7) and **analysis of covariance** (3.3.12) are all based on the method of least squares and provide different computational and interpretative advantages stemming from certain balances within the experimental arrangements which permit convenient groupings of the data.

NOTE 2 The method of least squares is mainly used for linear or linearized models, which are linear in the parameters.

NOTE 1 On admet généralement que les **erreurs aléatoires pures** (3.1.9) associées aux observations individuelles sont indépendantes, bien que des méthodes d'inférence puissent être employées pour inclure des erreurs corrélées. Les **analyses de la variance** (3.3.8), **de régression** (3.3.7) et **de la covariance** (3.3.12) usuelles sont toutes fondées sur la méthode des moindres carrés; elles présentent différents avantages en termes de calcul et d'interprétation liés à certains équilibres dans les dispositifs expérimentaux permettant des groupements adéquats de données.

NOTE 2 La méthode des moindres carrés est principalement utilisée pour des modèles linéaires ou linéarisés, qui sont linéaires dans les paramètres.

3.3.7
regression analysis

procedures associated with assessing **models** (3.1.2) relating **predictor variables** (3.1.4) to **response variables** (3.1.3)

NOTE 1 Regression analysis is commonly associated with the process of estimating the parameters of an assumed model by optimizing the value of an objective function (for example, minimizing the sum of squared differences between the observed responses and those predicted by the model). The existence of statistical software packages has facilitated obtaining parameter estimates, their standard errors, and contains a wealth of model diagnostics. Regression analysis also facilitates consideration of other measures for the response. For example, if **dispersion effects** (3.1.16) are of interest in a replicated **factorial design** (3.2.1), the response using logarithm of S_i^2 (where S_i^2 is the sample variance of replicated points) may be more easily analyzed and interpreted than the responses themselves.

NOTE 2 Regression analysis plays a role similar to the **analysis of variance** (3.3.8) and is particularly relevant when the levels of the **factors** (3.1.5) are continuous and emphasis is on an explicit predictive model. Regression analysis can also be used in designed experiments with missing data unlike the analysis of variance which requires balance between data. However, lack of balance increases the order-dependency (common elements are included in the first correlated term and not included in subsequent terms) of the hypothesis tests as well as losing other advantages of balanced experiments. For balanced experiments, the two techniques are simply variations of the method of least squares and produce comparable results.

EXAMPLE Consider an **orthogonal design** (3.2.29) having three quantitative factors in a **2^3 factorial design** (3.2.5), with only a single **replicate** (3.1.36) and the assumed model for the ith individual **experimental unit** (3.1.24) is

$$Y_i = \beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$$

where

3.3.7
analyse de régression

procédures associées à l'évaluation des **modèles** (3.1.2) liant les **variables de prédiction** (3.1.4) aux **variables de réponse** (3.1.3)

NOTE 1 L'analyse de régression est couramment associée au processus d'estimation des paramètres d'un modèle présumé par optimisation de la valeur d'une fonction objective (par exemple, en minimisant la somme des carrés des différences entre les réponses observées et celles prévues par le modèle). L'existence de logiciels statistiques a facilité l'obtention des estimations des paramètres, de leurs écarts types, et ces logiciels contiennent un grand nombre de diagnostics du modèle. L'analyse de régression facilite également la prise en considération d'autres mesures pour la réponse. Par exemple, si les **effets de dispersion** (3.1.16) ont un intérêt dans un **plan factoriel** (3.2.1) répliqué, la réponse utilisant le logarithme de S_i^2 (où S_i^2 est la variance d'échantillon des points répliqués) peut être plus aisément analysée et interprétée que les réponses elles-mêmes.

NOTE 2 L'analyse de régression joue un rôle similaire à celui de l'**analyse de la variance** (3.3.8) et s'avère particulièrement adaptée lorsque les niveaux des **facteurs** (3.1.5) sont continus, l'accent étant davantage porté sur un modèle explicite de prédiction. Elle est également utile dans les plans d'expériences comportant des données manquantes, l'équilibre exigé pour l'utilisation classique de l'analyse de la variance n'étant pas nécessaire dans l'analyse de régression. Cependant, un défaut d'équilibre accroît la dépendance d'ordre des tests d'hypothèse (des éléments communs sont inclus dans le premier terme corrélé et non inclus dans les termes suivants), et entraîne aussi la perte d'autres avantages attachés aux plans équilibrés. Dans les plans équilibrés, les deux techniques ne sont que de simples variantes de la méthode des moindres carrés et conduisent à des résultats comparables.

EXEMPLE Considérons un **plan orthogonal** (3.2.29) ayant trois facteurs quantitatifs dans un **plan factoriel 2^3** (3.2.5), avec une seule **réplique** (3.1.36), le modèle présumé pour la i-ième **unité expérimentale** (3.1.24) étant:

x_{i0} is equal to 1;

x_{i1} is the level of factor A;

x_{i2} is the level of factor B;

x_{i3} is the level of factor C;

ε_i is the random error.

With this formulation, the associated **design matrix** (3.2.25) is $[x_{ij}]$ where i labels the rows and j labels the columns. This model can also apply for three qualitative factors having coded levels of −1 and +1. In Table 11, the estimators of the regression coefficients are given in terms of the response variables Y_i and hence are random variables. Once the **experiment** (3.1.1) has been conducted, the realizations of the response variables y_i replace the random variables in the formulae and some use b_i to replace $\hat{\beta}_i$ in the appropriate expression.

$$Y_i = \beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$$

où

x_{i0} est égal à 1;

x_{i1} est le niveau du facteur A;

x_{i2} est le niveau du facteur B;

x_{i3} est le niveau du facteur C;

ε_i est l'erreur aléatoire.

Avec cette formulation, la **matrice de plan** (3.2.25) associée est $[x_{ij}]$ où i correspond aux lignes et j aux colonnes. Ce modèle peut également s'appliquer à trois facteurs qualitatifs de niveau codé −1 et +1. Dans le Tableau 11, les estimations (ou estimateurs) des coefficients de régression sont donnés en termes de variables de réponse Y_i et sont donc des variables aléatoires. Une fois que l'**expérience** (3.1.1) a été menée, les réalisations des variables de réponse y_i remplacent les variables aléatoires dans les formules et certains utilisent b_i en remplacement de $\hat{\beta}_i$ dans l'expression appropriée.

Table 11 — Regression analysis table for the example

Tableau 11 — Analyse de régression pour l'exemple

Source of variation/ Source de variation	Estimators of regression coefficients/ Estimateurs des coefficients de régression	Sum of squares (SS)/ Somme des carrés (SS)	Degrees of freedom (DF)/ Degrés de liberté (DDL)	Mean square (MS)/ Carré moyen (CM)
Total	–	$S_\mathrm{T} = \sum Y_i^2$	8	–
Constant (X_0)/ Constante (X_0)	$\hat{\beta}_0 = \dfrac{\sum x_{i0} Y_i}{\sum x_{i0}^2}$	$Sx_0 = \hat{\beta}_0 \sum x_{i0} Y_i$	1	Sx_0
Regression for $X_1(A)$/ Régression pour $X_1(A)$	$\hat{\beta}_1 = \dfrac{\sum x_{i1} Y_i}{\sum x_{i1}^2}$	$Sx_1 = \hat{\beta}_1 \sum x_{i1} Y_i$	1	Sx_1
Regression for $X_2(B)$/ Régression pour $X_2(B)$	$\hat{\beta}_2 = \dfrac{\sum x_{i2} Y_i}{\sum x_{i2}^2}$	$Sx_2 = \hat{\beta}_2 \sum x_{i2} Y_i$	1	Sx_2
Regression for $X_3(C)$/ Régression pour $X_3(C)$	$\hat{\beta}_3 = \dfrac{\sum x_{i3} Y_i}{\sum x_{i3}^2}$	$Sx_3 = \hat{\beta}_3 \sum x_{i3} Y_i$	1	Sx_3
Residual/ Résiduelle	–	$S_\mathrm{E} = S_\mathrm{T} - Sx_0 - Sx_1 - Sx_2 - Sx_3$	4	$S_\mathrm{E}/4$

The expressions given in Table 11 are perhaps simpler if the matrix notation employing the design matrix is used. In general, the estimates of the β_i's are obtained from $\hat{\beta} = \left(X'X\right)^{-1} X'y$.

The residual vector is given by $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{y} - X\hat{\beta} = (I - H)\boldsymbol{y}$. where the hat matrix H is defined as $X(X'X)^{-1}X'$. Sums of squares arise from manipulations such as the following: $S_{\mathrm{E}} = \boldsymbol{e}'\boldsymbol{e} = \boldsymbol{y}'(I - H)\boldsymbol{y}$.

NOTE 3 If the 2^3 experiments were replicated within the same block, the degrees of freedom for the "total" (line 1) would become 16 and for the "residual" would become 12. The "residual" sum of squares may then be partitioned into two elements associated with "replicates" and "lack of fit", with 8 and 4 degrees of freedom respectively.

Les expressions données dans le Tableau 11 sont peut-être plus simples si on utilise la notation matricielle en utilisant la matrice de plan. En général, les estimations des β_i sont obtenues à partir de $\hat{\beta} = \left(X'X\right)^{-1} X'y$.

Le vecteur résiduel est donné par $\boldsymbol{e} = \boldsymbol{y} - X\hat{\beta} = (I - H)\boldsymbol{y}$, où la matrice chapeau H est définie par $X(X'X)^{-1}X'$. Les sommes des carrés proviennent de manipulations telles que: $S_{\mathrm{E}} = \boldsymbol{e}'\boldsymbol{e} = \boldsymbol{y}'(I - H)\boldsymbol{y}$.

NOTE 3 Si les expériences 2^3 sont répliquées à l'intérieur d'un même bloc, le nombre de degrés de liberté pour le «total» (ligne 1) devient 16, et pour la partie «résiduelle» 12. La somme des carrés «résiduelle» peut alors être partagée en deux éléments associés aux «répliques» et «défaut d'ajustement», avec respectivement 8 et 4 degrés de liberté.

Table 12 — Regression analysis table for Example 1 — Addenda for replicated experiment

Tableau 12 — Tableau d'analyse de régression pour l'Exemple 1 — Complément dans le cas d'une expérience répliquée

Source of variation/ Source de variation	**Sum of squares (SS)/ Somme des carrés (SS)**	**Degrees of freedom (DF)/ Degrés de liberté (DDL)**	**Mean square (MS)/ Carré moyen (CM)**
Residual/Résiduelle	S_{E}	12	$S_{\mathrm{E}}/12$
Replicates/Répliques	$S_{\mathrm{R}} = \sum_{i,j} \left(Y_{ij} - \overline{Y}_i\right)^2$	8	$S_{\mathrm{R}}/8$
Lack of fit/ Défaut d'ajustement	$S_{\mathrm{L}} = S_{\mathrm{E}} - S_{\mathrm{R}}$	4	$S_{\mathrm{L}}/4$

The general matrix equivalents of the above expressions are given following Table 11.

NOTE 4 The statistical significance of each source can be tested using the F-statistic for the mean square of that source and the appropriate **residual error** (3.1.6) under suitable normality assumptions. For the single replicate situation, the "regression" terms would be tested against the "residual" term. For the two replicates situation, the "lack of fit" term would be tested against the "replicates" ["**pure random error** (3.1.9)"] term to determine whether the model is inadequate. The "replicates" term represents a measure of experimental error free of the potential contribution of model inadequacy [i.e. **misspecification error** (3.1.10)] which would be included in the "residual" term.

Les équivalents matriciels des expressions ci-dessus sont donnés après le Tableau 11.

NOTE 4 La signification statistique de chaque source de variation peut être soumise au test statistique F, rapport du carré moyen de cette source de variation et de l'**erreur résiduelle** (3.1.6) appropriée, sous des hypothèses de normalité appropriées. Lorsqu'il n'y a pas de réplique, les termes «régression» sont soumis à l'essai par comparaison avec le terme «résiduel». Dans le cas d'une réplique, le terme «défaut d'ajustement» doit être comparé au terme «répliques» [«**erreur aléatoire pure** (3.1.9)»] afin de déterminer si le modèle est inadéquat. Le terme «répliques» représente une mesure de l'erreur expérimentale non influencée par l'inadéquation éventuelle du modèle [c'est-à-dire l'**erreur de mauvaise spécification** (3.1.10)], laquelle se trouve comprise dans le terme «résiduel».

3.3.8
analysis of variance
ANOVA

technique which subdivides the total variation of a **response variable** (3.1.3) into components associated with defined sources of variation.

NOTE 1 ANOVA facilitates the estimation of **variance components** (3.1.8) and the testing of hypotheses on the parameters of a **model** (3.1.2).

An analysis of variance table usually contains columns for

— source of variation;

— sum of squares (SS);

— degrees of freedom (DF);

— mean square (MS) (sum of squares divided by degrees of freedom);

— F (ratios of mean squares for the row to the mean square associated with error);

— expected mean squares (mathematical expectation of the sum of squares given in terms of the parameters of the model).

The rows of the table represent specific **factor effects** (3.1.14) or **interactions** (3.1.17), **blocks** (3.1.25) [if **blocking** (3.1.26) were employed in the **experimental design** (3.1.28)], or **residual error** (3.1.6) (the remaining effects not accounted for by the model or the blocks). A row designated "Total" is usually given which provides the total sum of squares about the overall average and based on the degrees of freedom which is one less than the total number of observations.

EXAMPLE Consider a **randomized block design** (3.2.10), in which the observation obtained from the ith of l levels of a factor A in the jth of h blocks is denoted by Y_{ij} = (i = 1, 2, ..., l; j = 1, 2, ..., h). The factor of primary interest A represents a fixed **factor effect** (3.1.14); factor B represents a factor effect associated with **blocking** (3.1.26). The following ANOVA table (Table 13) is computed:

3.3.8
analyse de la variance
ANOVA

technique consistant à séparer la variation totale d'une **variable de réponse** (3.1.3) en composantes associées à des sources spécifiques de variation

NOTE 1 L'analyse de la variance facilite l'estimation des **composantes de la variance** (3.1.8) et le test des hypothèses relatives aux paramètres d'un **modèle** (3.1.2).

Un tableau d'analyse de la variance est généralement présenté en colonnes qui correspondent:

— à l'origine de la variation;

— à la somme des carrés (SS);

— au nombre de degrés de liberté (DDL);

— au carré moyen (CM) (somme des carrés divisée par le nombre de degrés de liberté);

— à F (rapports des carrés moyens d'une ligne et du carré moyen associé à l'erreur);

— aux carrés moyens attendus (espérance mathématique de la somme des carrés donnée en termes de paramètres du modèle).

Les lignes du tableau représentent les **effets spécifiques de facteur** (3.1.14) ou des **interactions** (3.1.17), des **blocs** (3.1.25) [si la **mise en blocs** (3.1.26) a été employée dans le **plan expérimental** (3.1.28)], ou l'**erreur résiduelle** (3.1.6) (les effets résiduels dont le modèle ou les blocs ne tiennent pas compte). Une ligne notée «Total» est généralement prévue pour la somme totale des carrés relative à la moyenne globale avec un nombre de degrés de liberté égal au nombre total d'observations diminué de 1.

EXEMPLE Considérons un **plan en blocs randomisés** (3.2.10) pour lequel le résultat obtenu pour le i-ième des l niveaux d'un facteur A dans le j-ième des h blocs est noté Y_{ij} = (i = 1, 2, ..., l; j = 1, 2, ..., h). Le facteur d'intérêt principal A représente un **effet de facteur** (3.1.14) fixe; le facteur B représente un effet de facteur associé à la **mise en blocs** (3.1.26). Le tableau d'analyse de la variance se présente alors de la façon suivante (Tableau 13).

Table 13 — Analysis of variance table
Tableau 13 — Tableau d'analyse de la variance

Source	Sum of squares (SS)/ Somme des carrés (SS)	Degrees of freedom (DF)/ Degrés de liberté (DDL)	Mean square (MS)/ Carré moyen (MS)	F	Expected mean square/ Espérance mathématique du carré moyen
Total	$S_{\mathrm{T}} = \sum_i \sum_j \left(Y_{ij} - \bar{Y}\right)^2$	$\nu_{\mathrm{T}} = hl - 1$	–	–	–
Factor A (Treatment)/ Facteur A (Traitement)	$S_A = h\sum_i \left(\bar{Y}_i - \bar{Y}\right)^2$	$\nu_A = l - 1$	$\mathrm{MS}_A = \frac{S_A}{\nu_A}$	$F\left(\nu_A, \nu_e\right) = \frac{\mathrm{MS}_A}{\mathrm{MS}_e}$	$\sigma^2 + hK_A^2$
Factor B (Block)/ Facteur B (Bloc)	$S_B = l\sum_j \left(\bar{Y}_j - \bar{Y}\right)^2$	$\nu_B = h - 1$	$\mathrm{MS}_B = \frac{S_B}{\nu_B}$	$F\left(\nu_B, \nu_e\right) = \frac{\mathrm{MS}_B}{\mathrm{MS}_e}$	$\sigma^2 + lK_B^2$
Error/Erreur	$S_e = \sum_i \sum_j \left(Y_{ij} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y}\right)^2$	$\nu_e = (l-1)(h-1)$	$\mathrm{MS}_e = \frac{S_e}{\nu_e}$	–	σ^2

In the ANOVA table:

$S_{\mathrm{T}} = S_A + S_B + S_e$

$\nu_{\mathrm{T}} = \nu_A + \nu_B + \nu_e$

$F(\nu_1, \nu_2)$ is the F-statistic.

One model associated with the observations is given as

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}; \quad i = 1, 2, \ldots, l; \quad j = 1, 2, \ldots, h$$

with

$$\Sigma\alpha_i = \Sigma\beta_i = 0; \quad e_{ij} \sim N\left(0, \sigma^2\right)$$

$$K_A{}^2 = \frac{\sum \alpha_i{}^2}{l-1}; \; K_B{}^2 = \frac{\sum \beta_i{}^2}{h-1}$$

where

- μ is the general mean;
- α_i is the effect of the ith treatment;
- β_j is the effect of the jth block;
- e_{ij} is the residual error.

For this example, it is assumed that fixed levels are designated. The least squares estimates of μ, α_i, β_j and σ^2 are obtained by

$$\hat{\mu} = \bar{Y} = \sum_i \sum_j \frac{Y_{ij}}{hl}$$

Dans ce tableau:

$S_{\mathrm{T}} = S_A + S_B + S_e$

$\nu_{\mathrm{T}} = \nu_A + \nu_B + \nu_e$

$F(\nu_1, \nu_2)$ est la statistique F.

Un modèle associé aux observations est:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + e_{ij}; \quad i = 1, 2, \ldots, l; \quad j = 1, 2, \ldots, h$$

avec

$$\Sigma\alpha_i = \Sigma\beta_i = 0; \quad e_{ij} \sim N\left(0, \sigma^2\right)$$

$$K_A{}^2 = \frac{\sum \alpha_i{}^2}{l-1}; \quad K_B{}^2 = \frac{\sum \beta_i{}^2}{h-1}$$

où

- μ est la moyenne générale;
- α_i est l'effet du i-ième traitement;
- β_j est l'effet du j-ième bloc;
- e_{ij} est l'erreur résiduelle.

Dans cet exemple, les niveaux fixés sont supposés planifiés. Les estimations des moindres carrés de μ, α_i, β_j et σ^2 sont obtenues par:

$$\hat{\mu} = \bar{Y} = \sum_i \sum_j \frac{Y_{ij}}{hl}$$

$$\hat{\alpha}_i = \overline{Y}_i - \overline{Y} = \sum_j \frac{Y_{ij}}{h} - \overline{Y}$$

$$\hat{\beta}_j = \overline{Y}_j - \overline{Y} = \sum_i \frac{Y_{ij}}{l} - \overline{Y}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_i \sum_j \frac{\left(Y_{ij} - \overline{Y}_i - \overline{Y}_j + \overline{Y}\right)^2}{(l-1)(h-1)} = S_e^{\ 2}$$

The formulae shown in this example are simplified because in a randomized block design each cell should contain an equal number of observations. The general matrix equivalents of the above expressions are given following Table 12 in (3.3.7).

NOTE 2 The basic assumptions of ANOVA are that the effects due to all the sources of variation are additive and that the **pure random errors** (3.1.9) are independently and normally distributed, with a zero mean and have equal variances (homoscedasticity). Hence, it is assumed that the expectation of the response variable is additive in the parameters, which is the case in the examples given here. The technique, in conjunction with the F-ratio, is used to provide a test of significance for the effects of these sources of variation and/or to obtain an estimate of the variances attributable to these sources. The assumption of a normal distribution is required only for this test of significance and confidence intervals. Averages and interactions are usually examined by summarizing them in 2-way (or k-way) tables. This example assumes a model 1 or **fixed effects model** (3.3.9). When the assumption of normal distribution of errors cannot be made, it is sometimes possible to use transformations (for example, logarithms) of the response variable or to apply a nonparametric procedure.

$$\hat{\alpha}_i = \overline{Y}_i - \overline{Y} = \sum_j \frac{Y_{ij}}{h} - \overline{Y}$$

$$\hat{\beta}_j = \overline{Y}_j - \overline{Y} = \sum_i \frac{Y_{ij}}{l} - \overline{Y}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_i \sum_j \frac{\left(Y_{ij} - \overline{Y}_i - \overline{Y}_j + \overline{Y}\right)^2}{(l-1)(h-1)} = S_e^{\ 2}$$

Les formules figurant dans cet exemple sont simplifiées parce que, dans un plan en blocs randomisés, chaque cellule contient le même nombre d'observations. Les équivalents matriciels des expressions ci-dessus sont donnés après le Tableau 12 en (3.3.7).

NOTE 2 Les hypothèses de base de l'analyse de la variance sont que les effets dus à toutes les sources de variation sont additifs et que les **erreurs aléatoires pures** (3.1.9) sont distribuées indépendamment selon une loi normale de moyenne nulle, avec une variance constante (homoscédasticité). Par conséquent, il est supposé que l'espérance mathématique de la variable de réponse est additive dans les paramètres, ce qui est le cas dans les exemples donnés ici. Cette technique est utilisée, conjointement avec la statistique F, pour soumettre au test de signification les effets des sources de variation et/ou pour obtenir des estimations des variances attribuables à ces sources. L'hypothèse de normalité est nécessaire pour les tests de signification et le calcul d'intervalles de confiance. Moyennes et interactions sont généralement présentées, sous forme résumée, dans une table à deux entrées (ou à k entrées). Cet exemple correspond au modèle 1 ou **modèle à effets fixes** (3.3.9). Lorsqu'on ne peut pas faire l'hypothèse de normalité de l'erreur, il est quelquefois possible d'utiliser une transformation (par exemple, les logarithmes) de la variable de réponse ou d'appliquer une procédure non paramétrique.

3.3.9
fixed effects analysis of variance

analysis of variance (3.3.8) in which the **factor levels** (3.1.12) of each **factor** (3.1.5) are pre-selected over the range of values of the factors

NOTE With fixed levels, it is inappropriate to compute **variance components** (3.1.8). This **model** (3.1.2) is sometimes referred to as a model 1 analysis of variance.

3.3.9
analyse de la variance à effets fixes

analyse de la variance (3.3.8) dans laquelle les **niveaux de facteurs** (3.1.12) de chaque **facteur** (3.1.5) sont préalablement choisis dans la gamme des valeurs des facteurs

NOTE Lorsque les niveaux sont ainsi fixés, le calcul des **composantes de la variance** (3.1.8) n'a pas de signification. Ce **modèle** (3.1.2) est parfois appelé modèle 1 d'analyse de la variance.

3.3.10
random effects analysis of variance

analysis of variance (3.3.8) in which each **factor level** (3.1.12) of each **factor effect** (3.1.14) is assumed to be sampled from the distribution of levels of each factor

3.3.10
analyse de la variance à effets aléatoires

analyse de la variance (3.3.8) dans laquelle chaque **niveau de facteur** (3.1.12) de chaque **effet de facteur** (3.1.14) est supposé avoir été échantillonné parmi la distribution des niveaux de chaque facteur

NOTE With random levels, the primary interest is usually to obtain estimates of **variance components** (3.1.8). This model is commonly referred to as a model 2 analysis of variance. It is inappropriate to compute estimates of the effects of the selected factor levels.

EXAMPLE Consider a situation in which an operation processes batches of raw material. “Batch” may be considered a random factor in an experiment when a few batches are randomly selected from the population of all batches.

NOTE Dans le cas de niveaux aléatoires, l'intérêt principal est généralement d'obtenir des estimations des **composantes de la variance** (3.1.8). Ce modèle est parfois appelé modèle 2 d'analyse de la variance. Il n'est pas adapté au calcul des estimations des effets des niveaux de facteur choisis.

EXEMPLE Considérons une situation dans laquelle on traite des lots d'une matière première. Le «lot» peut être considéré comme un facteur aléatoire lorsque quelques lots sont choisis de manière aléatoire pour l'expérience parmi la population de tous les lots.

3.3.11
mixed model analysis of variance

analysis of variance (3.3.8) in which the levels of some **factors** (3.1.5) are fixed and the levels of other **factor effects** (3.1.14) are sampled from the distribution of levels of the factors

NOTE Components of variance are meaningful only for the random level factors and their interactions with fixed effect factors. Moreover, estimates of effects apply only for fixed factors. This model is also referred to as a model 3 analysis of variance.

3.3.11
analyse de la variance de modèle mixte

analyse de la variance (3.3.8) dans laquelle les niveaux de certains **facteurs** (3.1.5) sont fixes et les niveaux d'autres **effets de facteur** (3.1.14) sont échantillonnés à partir de la distribution des niveaux des facteurs

NOTE Les composantes de la variance n'ont de signification que pour les facteurs de niveau aléatoires et leurs interactions avec des facteurs d'effet fixes. De plus, les estimations des effets s'appliquent uniquement aux facteurs fixes. Ce modèle est parfois appelé modèle 3 d'analyse de la variance.

3.3.12
analysis of covariance
ANCOVA

technique for estimating and testing the effects of **experimental treatments** (3.1.13) when one or more observable but uncontrollable **factors** (3.1.5) influence the **response variable** (3.1.3)

NOTE 1 The analysis of covariance can be viewed as a combination of **regression analysis** (3.3.7) and the **analysis of variance** (3.3.8).

NOTE 2 Usually the uncontrollable factors cannot be accounted for in the **experimental design** (3.1.28) and their effects on the results should be accounted for in the analysis. For example, the **experimental units** (3.1.24) may differ in the amount of some chemical constituent present in each unit, which can be measured, but not readily adjusted.

NOTE 3 This is an extension of the analysis of variance technique to cover the cases where observations are taken on more than one variable from each experimental unit.

3.3.12
analyse de la covariance
ANCOVA

technique d'estimation et de test des **effets des traitements** (3.1.13), utilisée lorsqu'un ou plusieurs **facteurs** (3.1.5) observables mais non maîtrisables influencent la **variable de réponse** (3.1.3)

NOTE 1 L'analyse de la covariance peut être considérée comme une combinaison de l'**analyse de régression** (3.3.7) et de l'**analyse de la variance** (3.3.8).

NOTE 2 En général, les facteurs non contrôlables ne peuvent pas être pris en compte dans le **plan d'expériences** (3.1.28) et il convient de prendre en considération leurs effets sur les résultats dans l'analyse. Par exemple, les **unités expérimentales** (3.1.24) peuvent différer par la quantité de certains constituants chimiques présents dans chaque unité, quantité qui peut être mesurée, mais non ajustée.

NOTE 3 Il s'agit d'une extension de la technique d'analyse de la variance permettant de couvrir les cas où les observations sont réalisées sur plus d'une variable de chaque unité expérimentale.

Annex A
(informative)

Concept diagrams

Annexe A
(informative)

Schémas conceptuels

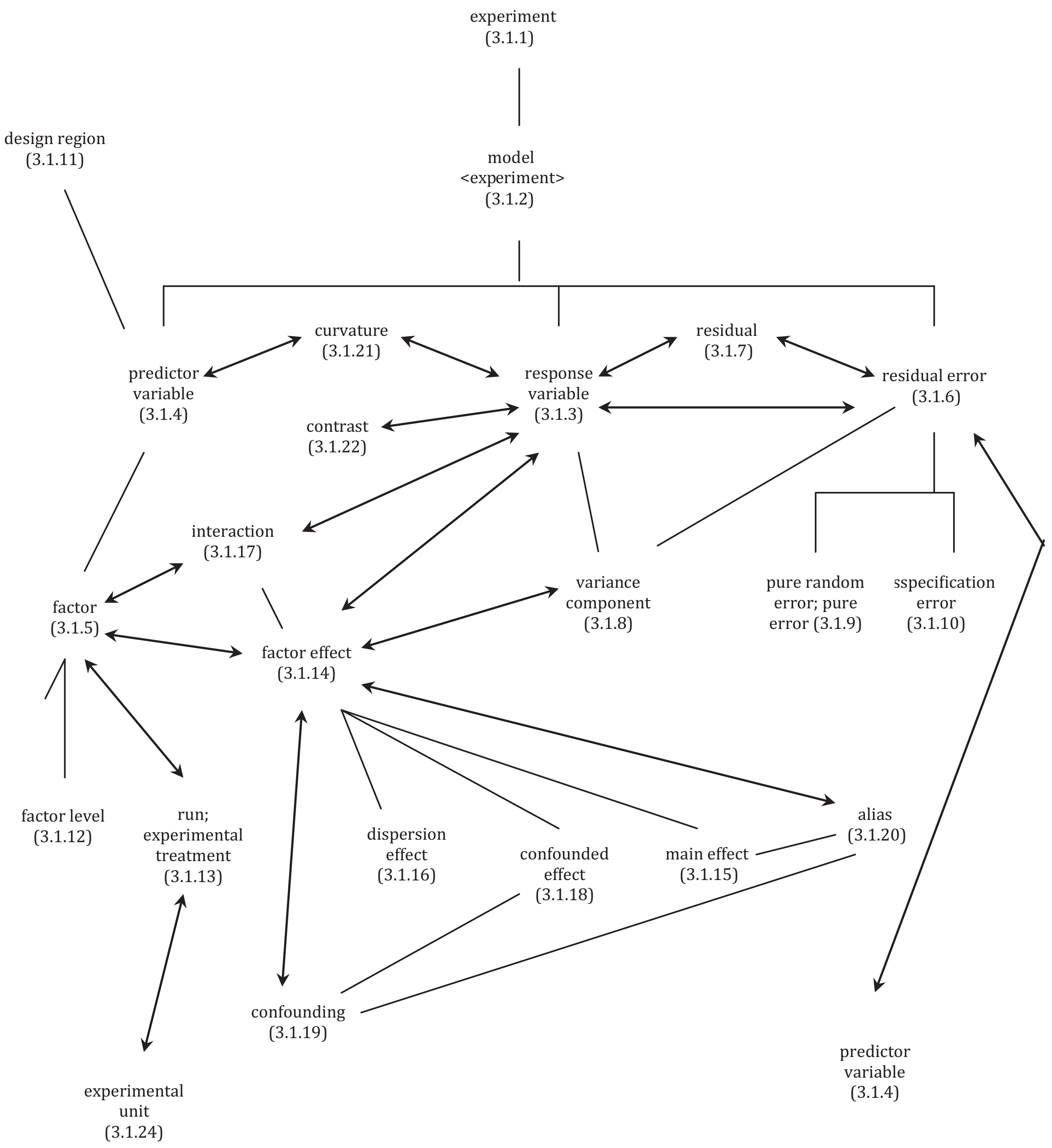


Figure A.1 — General terms, 1

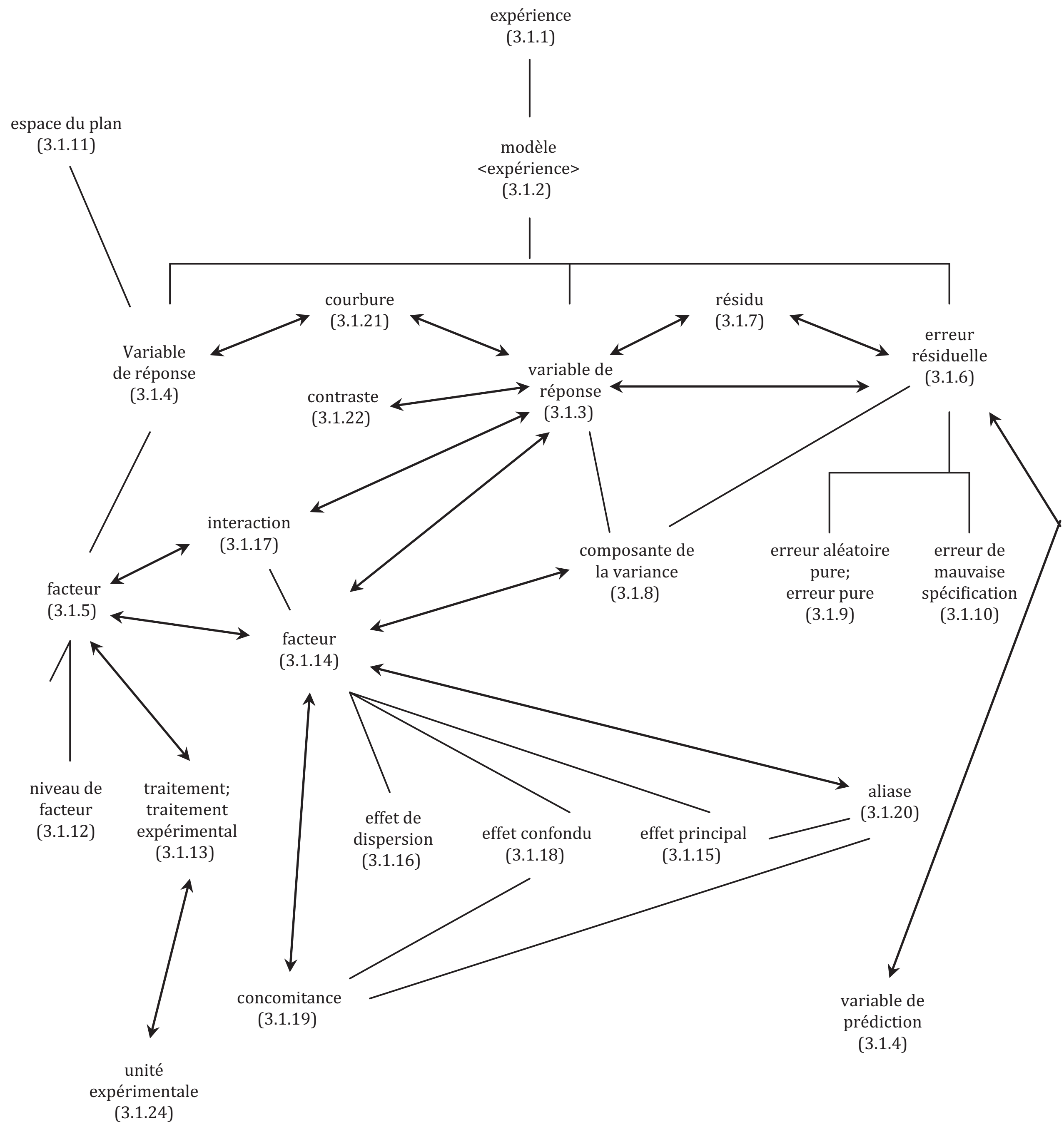


Figure A.1 — Termes généraux, 1

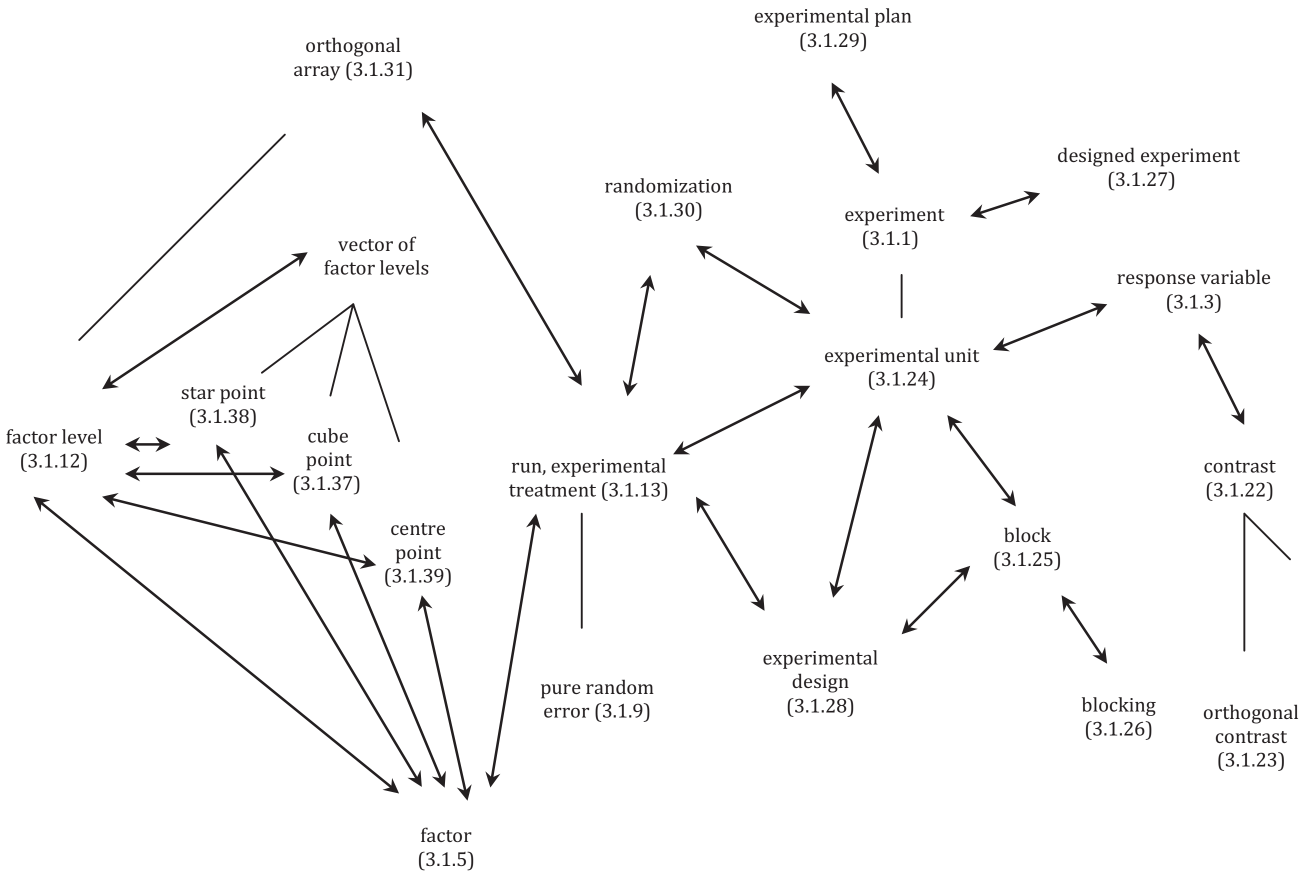


Figure A.2 — General terms, 2

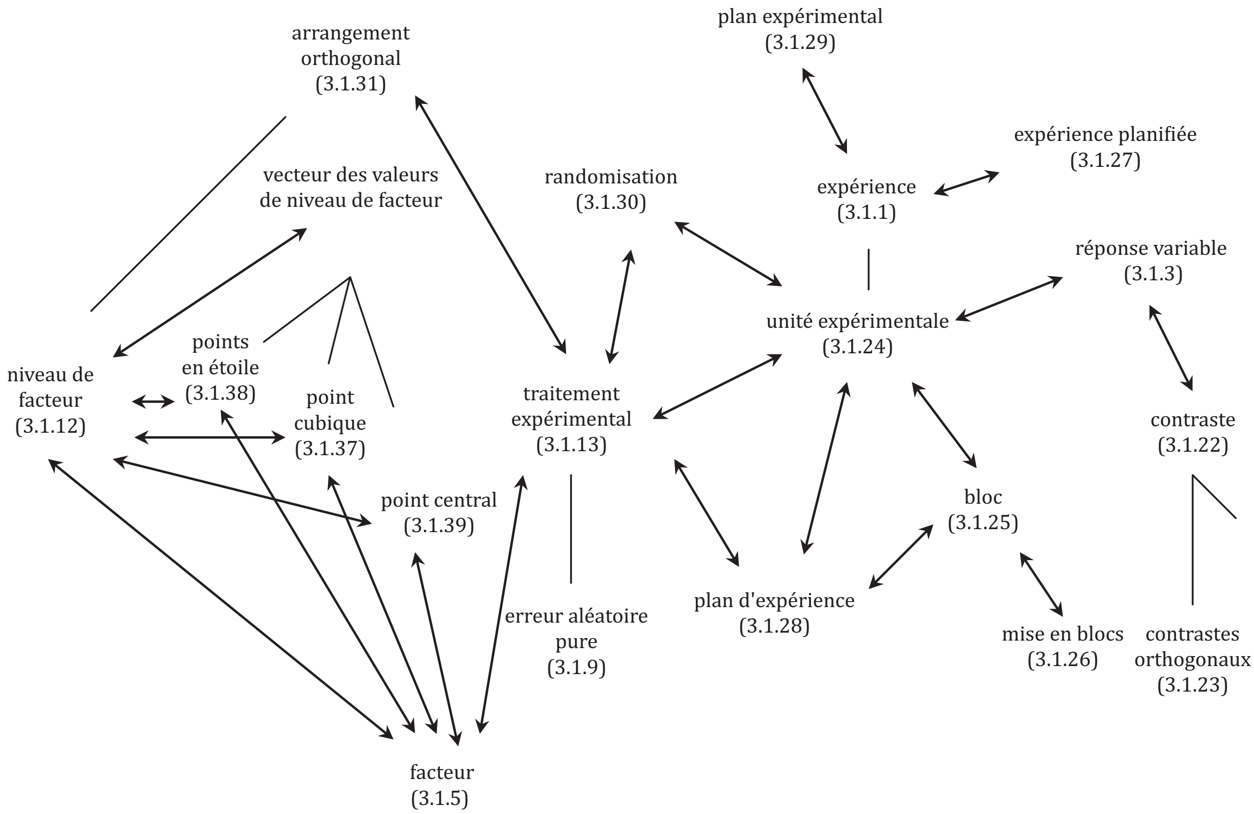


Figure A.2 — Termes généraux, 2

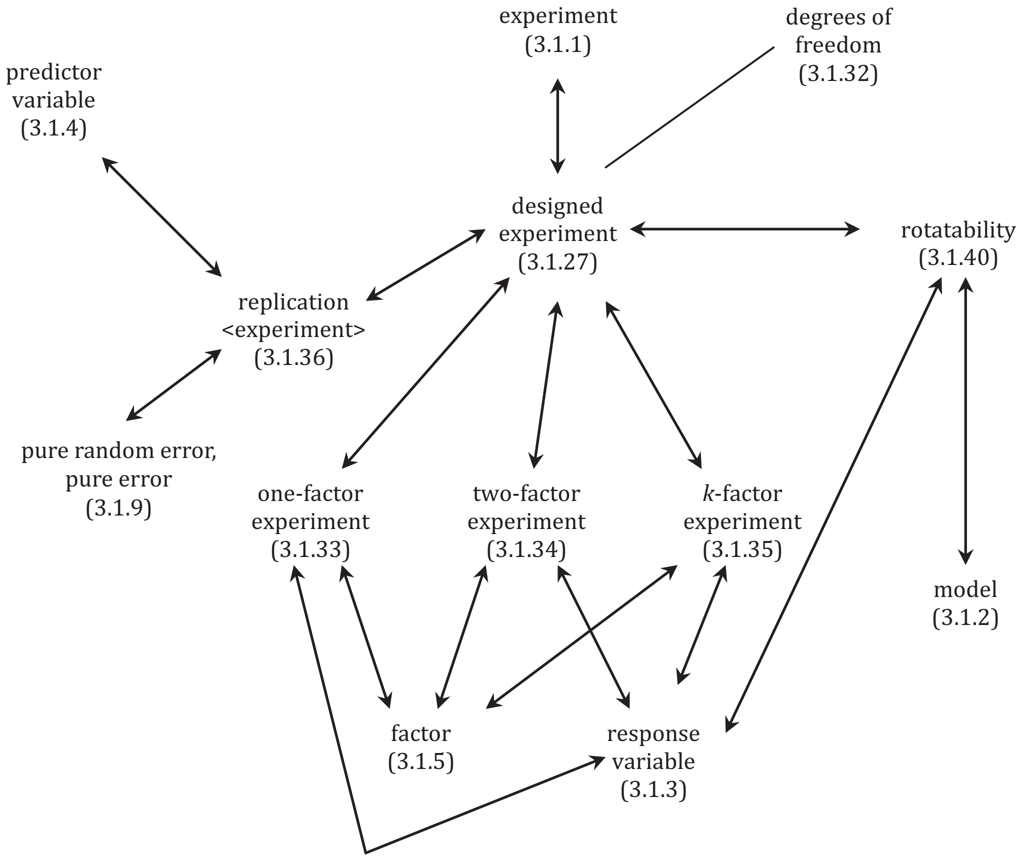


Figure A.3 — General terms, 3

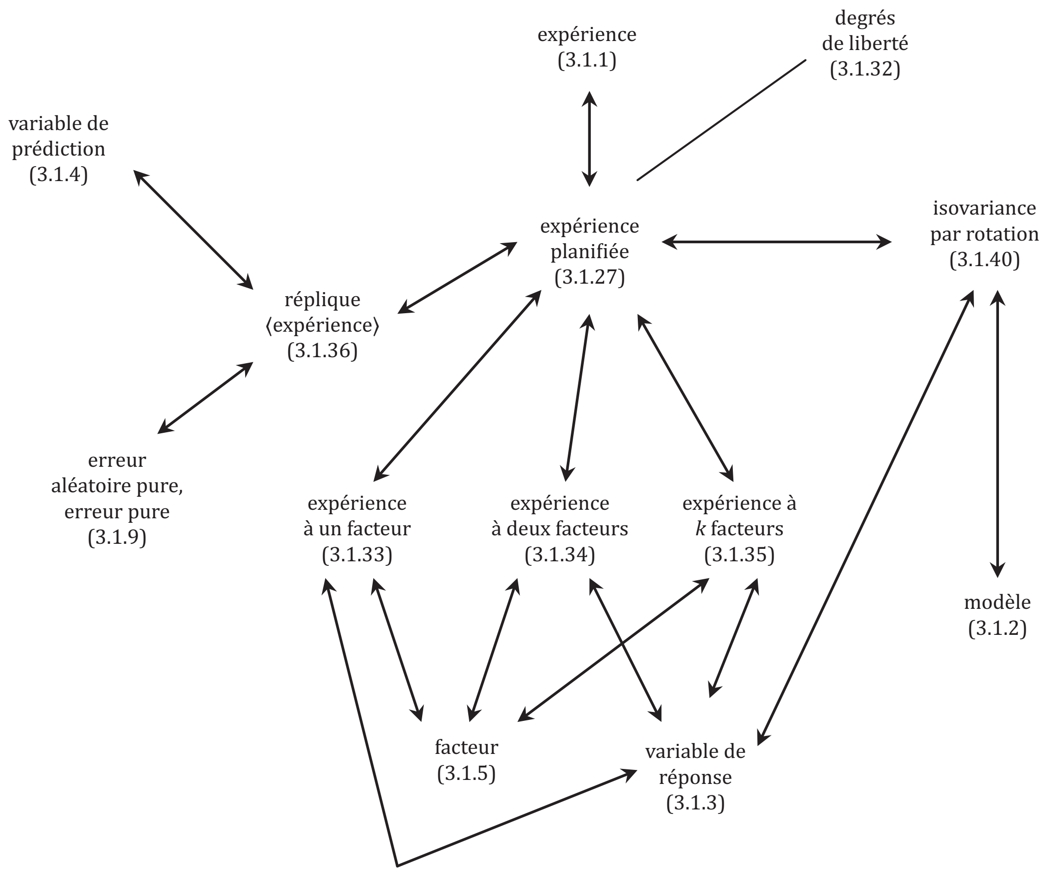


Figure A.3 — Termes généraux, 3

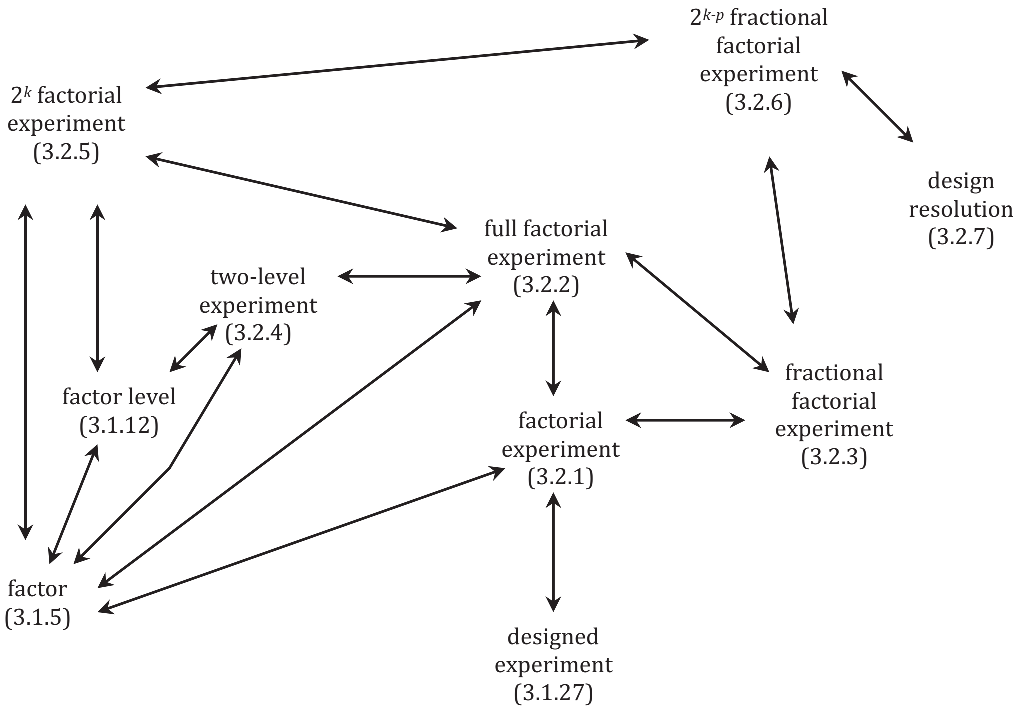


Figure A.4 — Factorial experiments

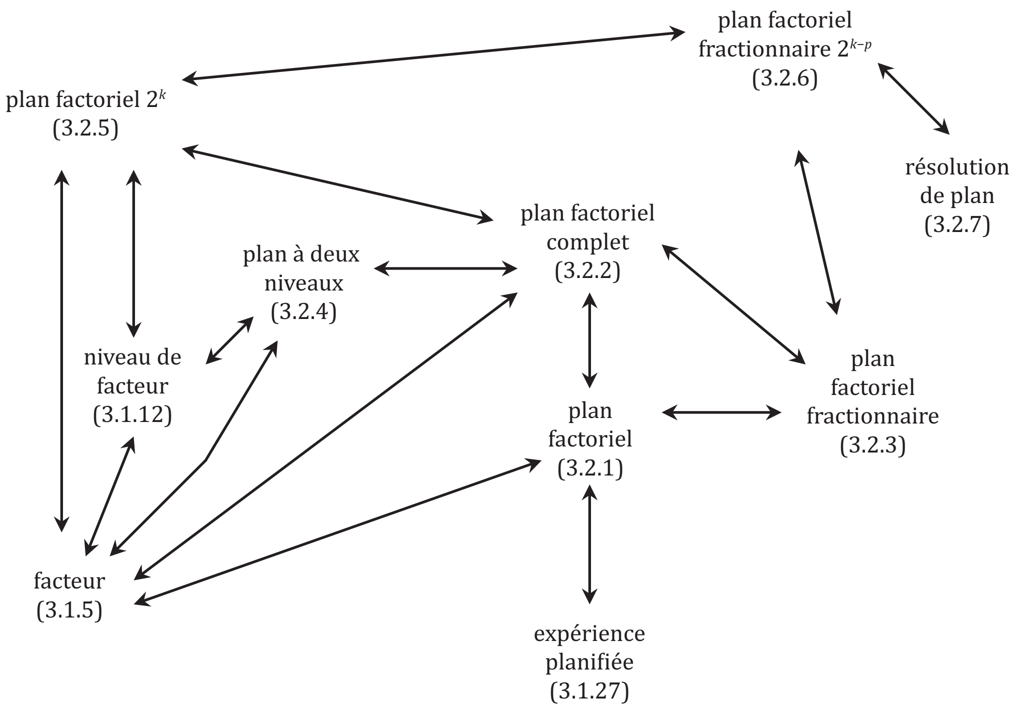


Figure A.4 — Plans factoriels

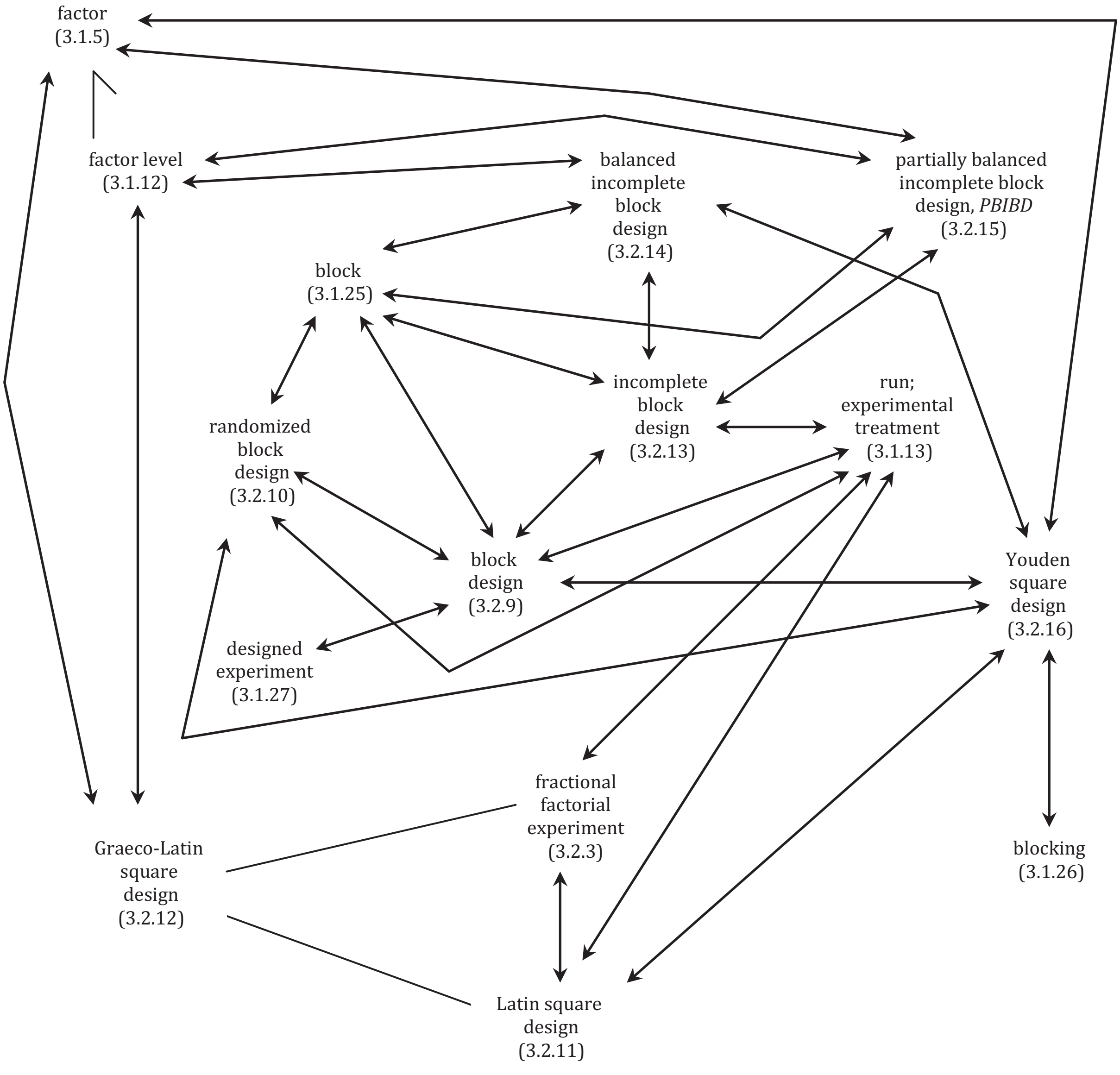


Figure A.5 — Blocking designs

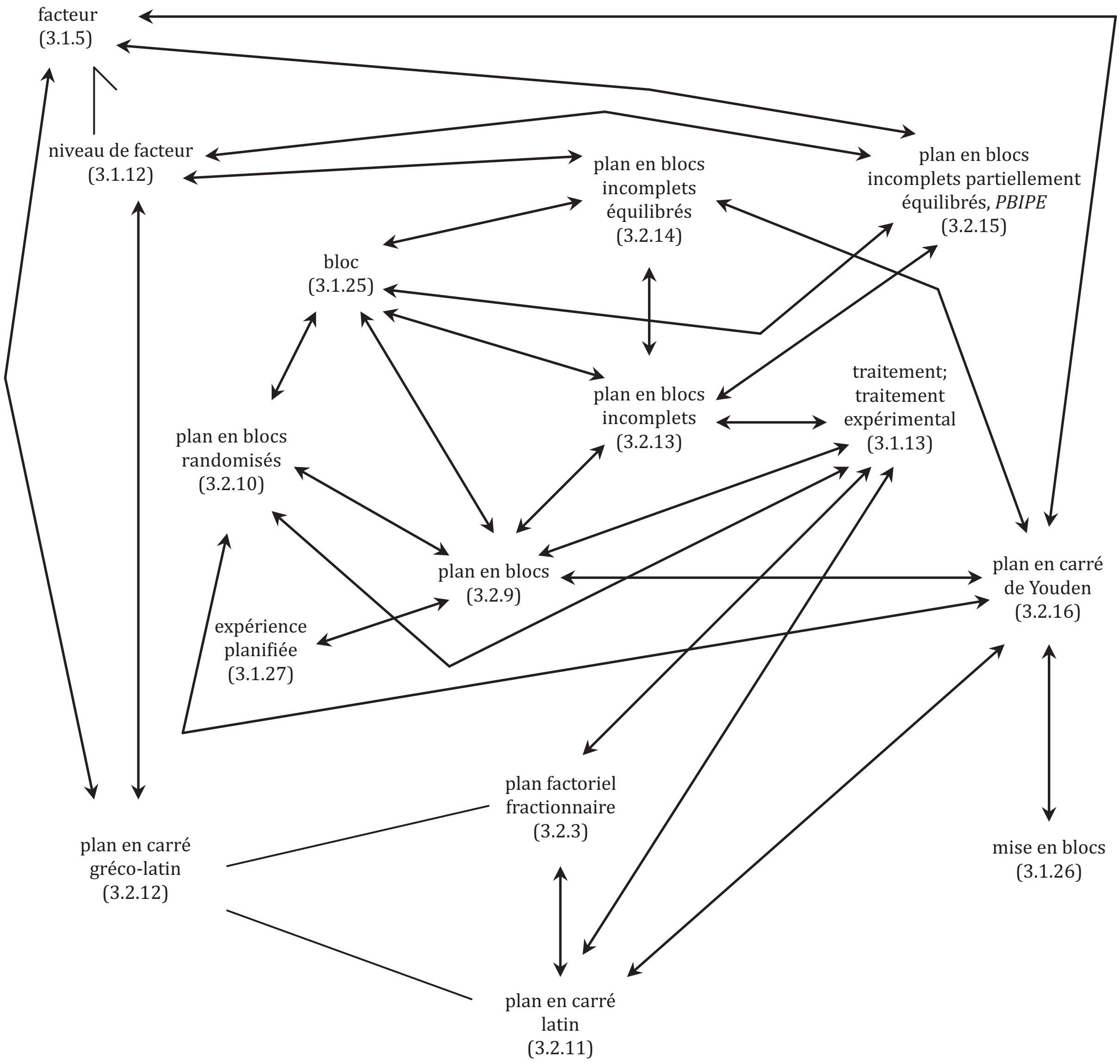


Figure A.5 — Plans de mise en blocs

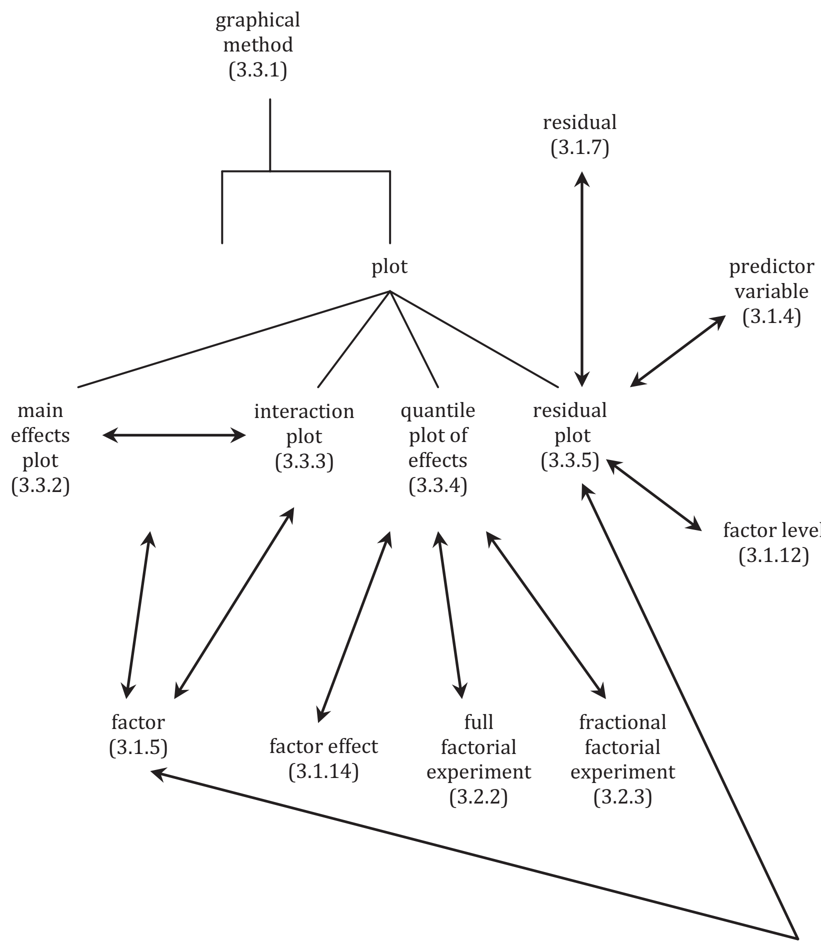


Figure A.6 — Graphical analysis methods

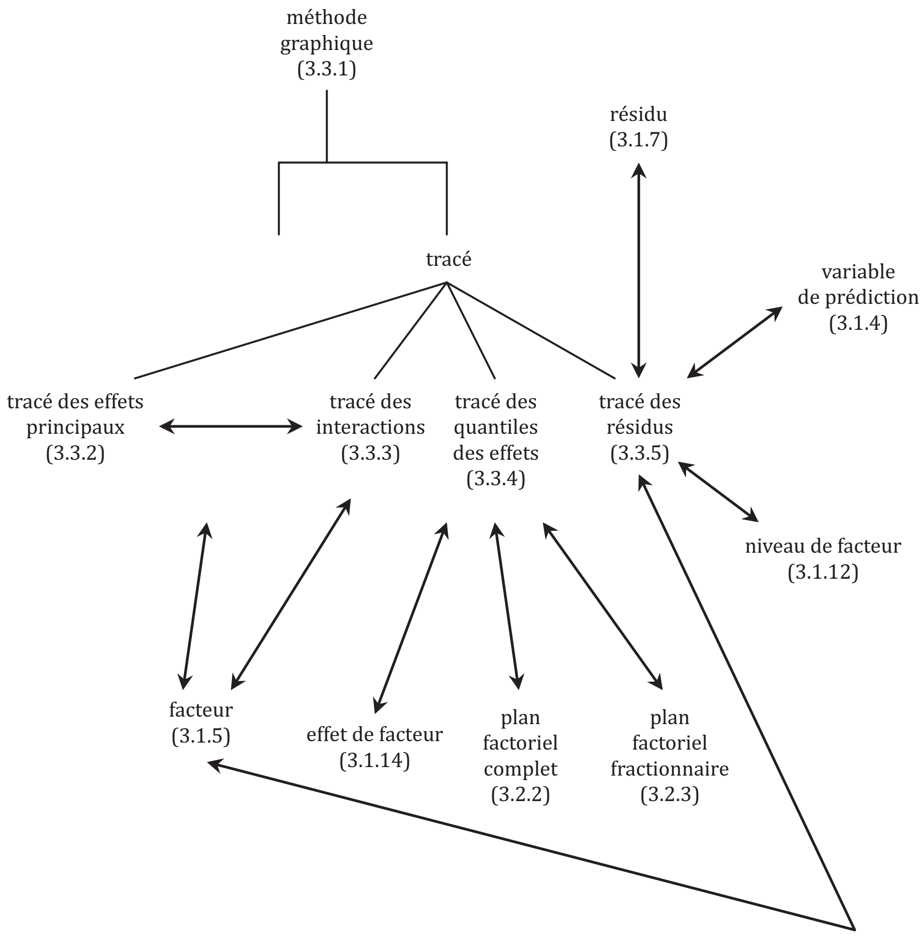


Figure A.6 — Méthodes d'analyse graphique

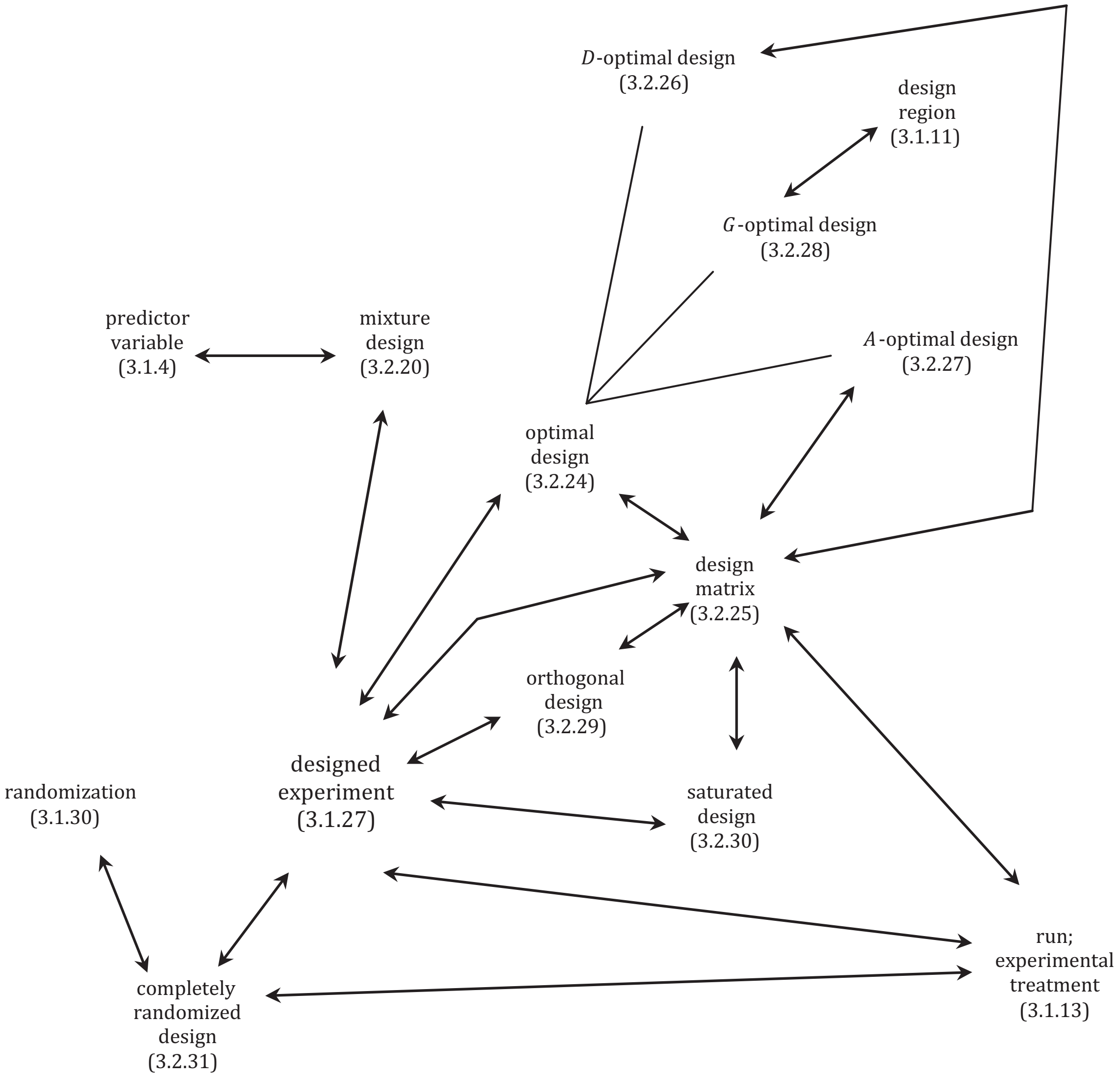


Figure A.7 — Designed experiments

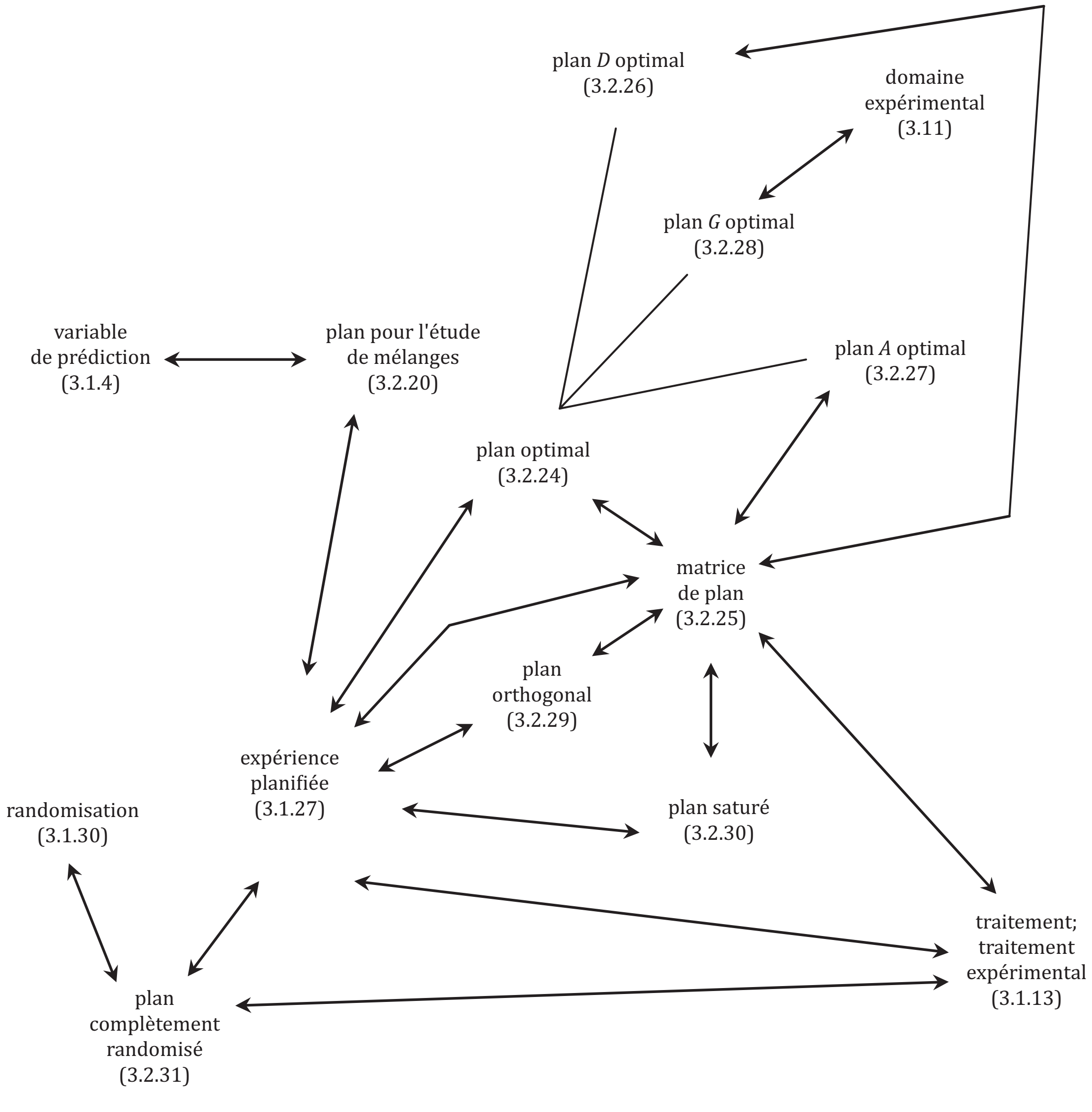


Figure A.7 — Expériences planifiées

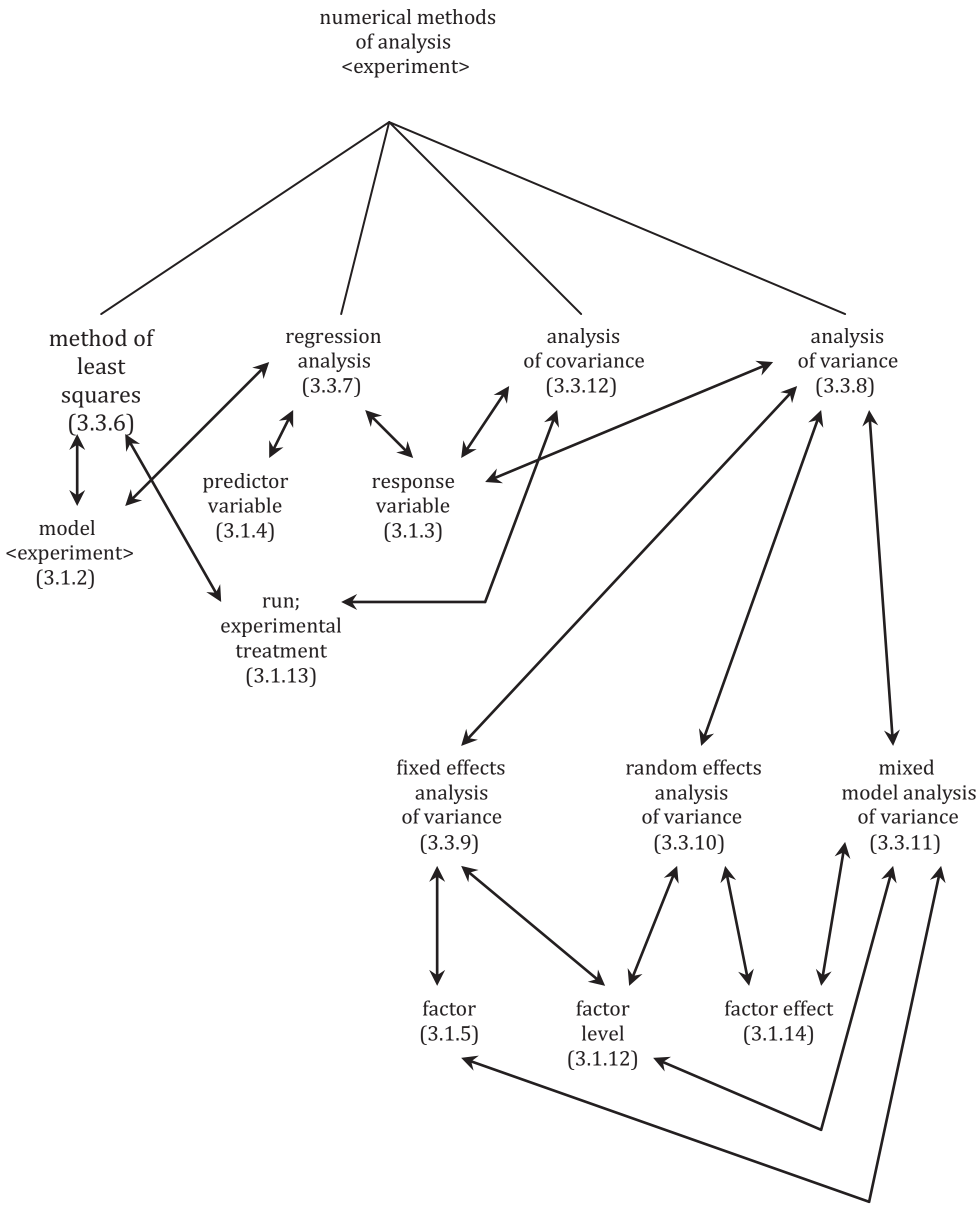


Figure A.8 — Numerical methods of analysis of experiments

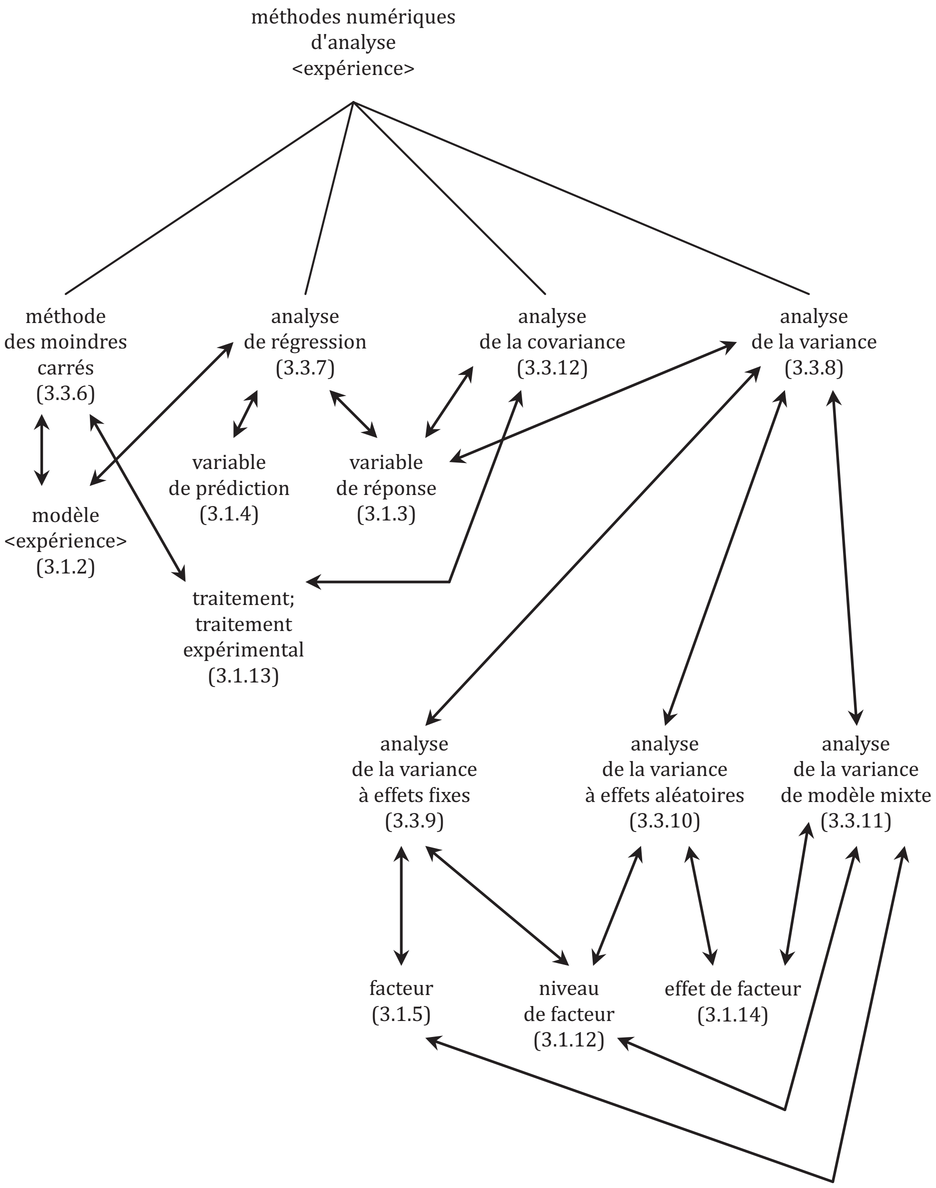


Figure A.8 — Méthodes numériques d'analyse d'expériences

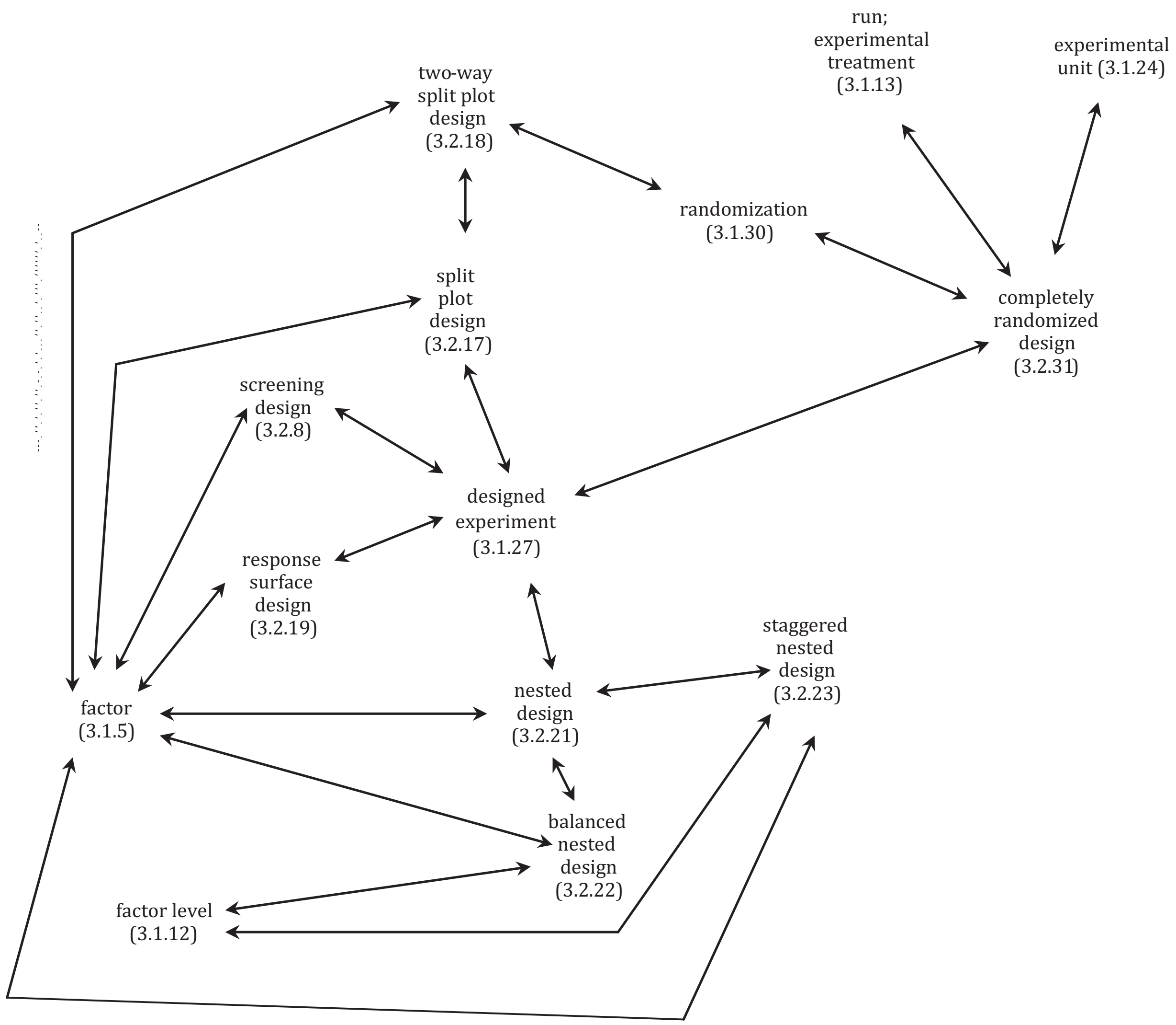


Figure A.9 — Experimental designs

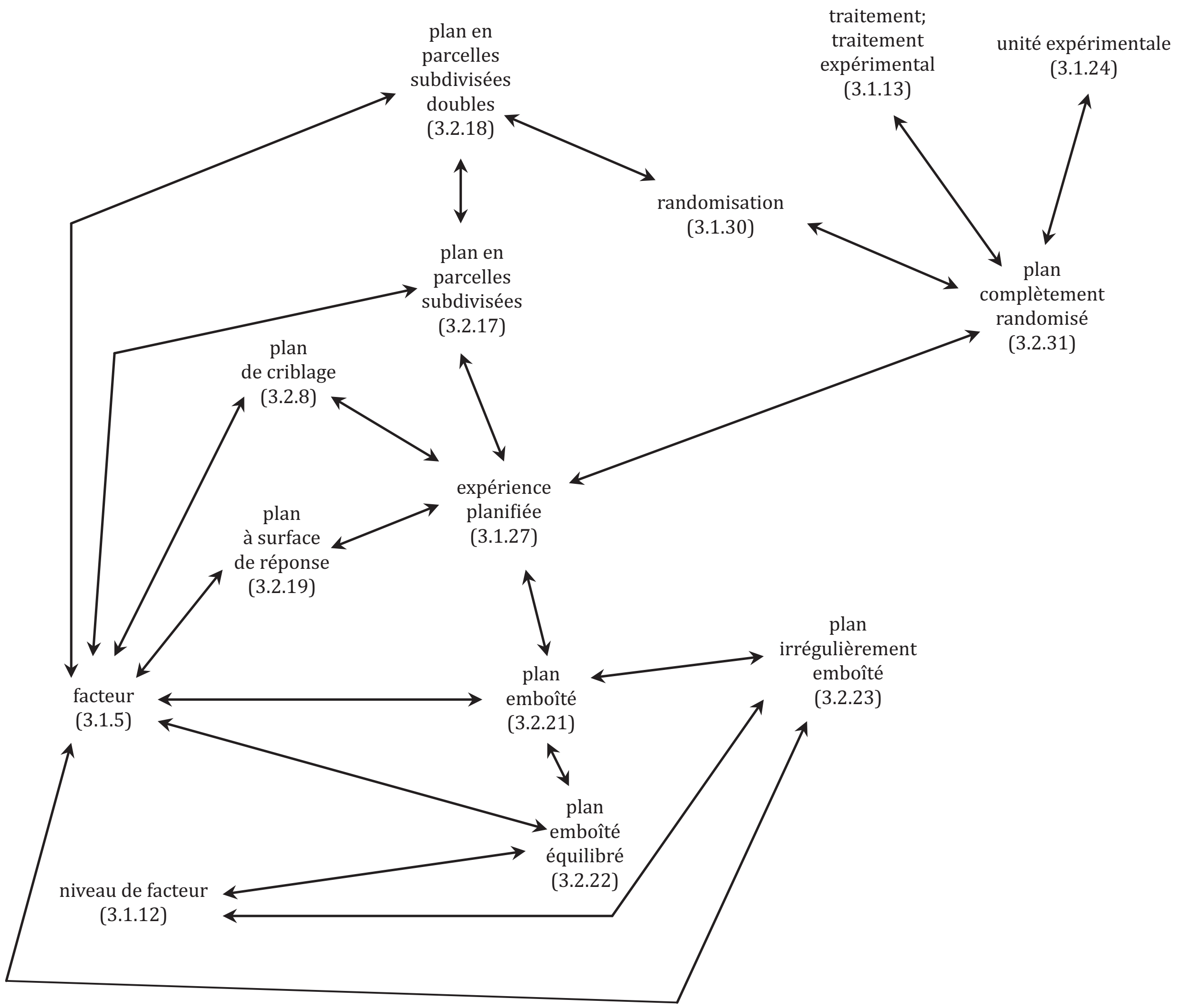


Figure A.9 — Plans d'expérience

Annex B
(informative)

Methodology used to develop the vocabulary

B.1 Introduction

The universality of application of the ISO 3534 family of standards requires the employment of a coherent and harmonized vocabulary that is easily understandable by all potential users of applied statistics standards.

Concepts are not independent of one another, and an analysis of the relationships between concepts within the field of applied statistics and the arrangement of them into concept systems is a prerequisite of a coherent vocabulary. Such an analysis is used in the development of the vocabulary specified in this part of ISO 3534. Since the concept diagrams employed during the development process may be helpful in an informative sense, they are reproduced in Figures B.1 to B.3.

B.2 Content of a vocabulary entry and the substitution rule

The concept forms the unit of transfer between languages (including variants within one language, e.g. American English and British English). For each language, the most appropriate term for the universal transparency of the concept in that language, i.e. not a literal approach to translation, is chosen.

A definition is formed by describing only those characteristics that are essential to identify the concept. Information concerning the concept which is important but which is not essential to its description is put in one or more notes to the definition.

When a term is substituted by its definition, subject to minor syntax changes, there should be no change in the meaning of the text. Such a substitution provides a simple method for checking the accuracy of a definition. However, where the definition is complex in the sense that it contains a number of terms, substitution is best carried out taking one or, at most, two definitions at a time. Complete substitution of the totality of the terms will

Annexe B
(informative)

Méthodologie utilisée pour élaborer le vocabulaire

B.1 Introduction

L'application universelle de la série de normes ISO 3534 exige l'emploi d'un vocabulaire cohérent et harmonisé qui soit facilement compréhensible par les utilisateurs potentiels des normes dans le domaine de la statistique appliquée.

Les concepts ne sont pas indépendants les uns des autres. L'analyse des relations entre concepts dans le domaine de la statistique appliquée et leur disposition en systèmes de concepts conditionnent la cohérence du vocabulaire. Une telle analyse a été utilisée pour l'élaboration du vocabulaire spécifié dans la présente partie de l'ISO 3534. Comme les schémas conceptuels employés durant le processus d'élaboration peuvent être utiles à titre d'information, ils sont reproduits aux Figures B.1 à B.3.

B.2 Contenu d'un élément de vocabulaire et règle de substitution

Le concept constitue l'unité de transfert entre les langues (y compris au sein d'une même langue, par exemple entre l'anglais américain et l'anglais britannique). Dans chaque langue, il est fait le choix du terme le plus approprié pour représenter le concept dans cette langue, ce qui signifie une approche non littérale de la traduction.

Une définition s'élabore par la description des seules caractéristiques essentielles à l'identification du concept. Des informations importantes sur le concept, mais non essentielles à sa description, sont fournies dans les notes qui complètent la définition.

Lorsqu'un terme est remplacé par sa définition, moyennant des modifications syntaxiques mineures, le sens d'une phrase n'est pas modifié. Cette substitution fournit une méthode simple de vérification de la justesse d'une définition. Cependant, lorsqu'une définition est complexe par le nombre de termes qu'elle contient, la substitution s'effectue de préférence en prenant une ou deux définitions au plus à chaque fois. Une substitution become difficult to achieve syntactically and unhelpful in conveying meaning.

B.3 Concept relationships and their graphical representation

B.3.1 General

In terminology work the relationships between concepts are, as far as possible, based on the hierarchical formation of the characteristics of a species. This enables the most economical description of a concept by naming its species and describing the characteristics that distinguish it from its parent or sibling concepts. There are three primary forms of concept relationships indicated in this annex: the hierarchical generic (B.3.2), and partitive (B.3.3) and the non-hierarchical associative (B.3.4).

B.3.2 Generic relation

Subordinate concepts within the hierarchy inherit all the characteristics of the superordinate concept and contain descriptions of these characteristics which distinguish them from the superordinate (parent) and coordinate (sibling) concepts, e.g. the relation of spring, summer, autumn and winter to season. Generic relations are depicted by a fan or tree diagram without arrows (see Figure B.1).

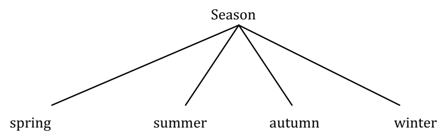


Figure B.1 — Graphical representation of a generic relation

B.3.3 Partitive relation

Subordinate concepts within the hierarchy form constituent parts of the superordinate concept, e.g. spring, summer, autumn and winter may be defined as parts of the concept year. In comparison, it is inappropriate to define sunny weather (one possible characteristic of summer) as part of a year. Partitive relations are depicted by a rake, without arrows

complète de l'ensemble des termes est difficile à opérer en termes de syntaxe et ne sera d'aucune utilité du point de vue du sens.

B.3 Relations entre les concepts et représentation graphique

B.3.1 Généralités

Pour le travail de terminologie proprement dit, les relations se fondent, autant que possible, sur la structure hiérarchique des caractéristiques d'une espèce. Cela permet la description la plus économique d'un concept par la dénomination de son espèce et la description des caractéristiques qui le distinguent des concepts parents ou frères. Il existe trois types principaux de relations entre concepts présentées dans la présente Annexe: la relation hiérarchique générique (B.3.2), la relation hiérarchique partitive (B.3.3) et la relation associative non hiérarchique (B.3.4).

B.3.2 Relation générique

Les concepts subordonnés, dans le cadre d'une relation hiérarchique, héritent de l'ensemble des caractéristiques du concept de rang supérieur et intègrent la description des caractéristiques qui les différencient des concepts de rang supérieur (parent) et de rang égal (fratrie), par exemple le printemps, l'été, l'automne et l'hiver par rapport à la saison. Une relation générique est représentée par un schéma en éventail ou en arbre, sans flèches (voir Figure B.1).

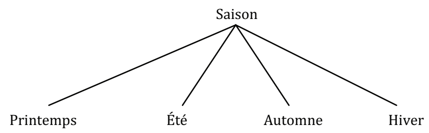


Figure B.1 — Représentation graphique d'une relation générique

B.3.3 Relation partitive

Les concepts subordonnés constituent des éléments de l'ensemble de rang supérieur, dans le cadre d'une relation hiérarchique, c'est-à-dire où les composants génèrent le tout, par exemple, le printemps, l'été, l'automne et l'hiver peuvent être définis comme composants par référence à l'année. Il n'est pas approprié de définir le temps ensoleillé, (see Figure B.2). Singular parts are depicted by one line, multiple parts by double lines.

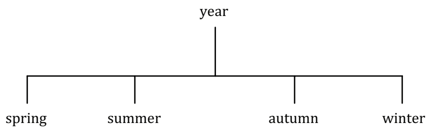


Figure B.2 — Graphical representation of a partitive relation

B.3.4 Associative relation

Associative relations cannot provide the economies in description that are present in generic and partitive relations but are helpful in identifying the nature of the relationship between one concept and another within a concept system, e.g. cause and effect, activity and location, activity and result, tool and function, material and product. An associative relation is depicted by a line with an arrowhead at each end (see Figure B.3). The exception is where sequential activities are involved. In this case the single arrowhead is in the direction of flow.

Figure B.3 — Graphical representation of an associative relation

une caractéristique possible de l'été, par référence au composant de l'année. Les relations partitives sont représentées par un râteau, sans flèches (voir Figure B.2). Une ligne simple relie les composants unitaires, une ligne double les composants multiples.

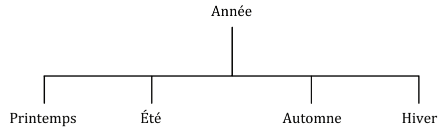


Figure B.2 — Représentation graphique d'une relation partitive

B.3.4 Relation associative

Les relations associatives ne permettent pas l'économie en matière de description que permettent les deux formes de relations hiérarchiques décrites ci-dessus. Elles permettent cependant d'identifier la nature d'une relation entre deux concepts dans le cadre d'un champ notionnel, par exemple, cause et effet, activité et site, activité et résultat, outil et fonction, matière et produit. Une relation associative est représentée par une flèche aux deux extrémités d'une ligne (voir Figure B.3), sauf lorsque des activités séquentielles sont impliquées. Dans ce cas, la flèche simple est orientée dans le sens du flux.

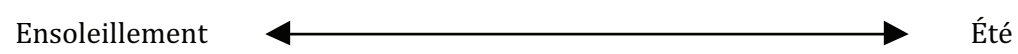


Figure B.3 — Représentation graphique d'une relation associative

Annex C
(informative)

Experimental design checklists

Annexe C
(informative)

Listes de contrôle d'un plan expérimental

Definition of terms from design of exeperiments are the focus of this part of ISO 3534. As noted in the introduction, design of experiments consists of a complex process to implement **experimental plans** (3.1.29). These checklists are intended to identify key items to be considered in designing and implementing a **designed experiment** (3.1.27).

La définition des termes associés aux plans d'expériences est le thème de la présente partie de l'ISO 3534. Comme indiqué dans l'introduction, un plan d'expériences est un processus complexe pour mettre en œuvre des **plans expérimentaux** (3.1.29). Ces listes de contrôle sont destinées à identifier les points clés à prendre en considération lors de la conception et de la mise en œuvre d'une **expérience planifiée** (3.1.27).

Experimental design checklist I / Liste de contrôle I d'un plan expérimental

- ❒ Objectives of the **experiment** (3.1.1) and reasons for undertaking it are stated clearly and explicitly. /

  Les objectifs de l'**expérience** (3.1.1) et les raisons de l'entreprendre sont indiqués clairement et explicitement.

- ❒ Relevant project team selected and assembled. /

  Une équipe de projet pertinente a été sélectionnée et réunie.

- ❒ Team redefined project objective and intended outcome of the experiment(s). /

  Objectif du projet redéfini par l'équipe et résultat prévu de la (des) expérience(s).

- ❒ Existing knowledge/expertise incorporated. /

  Connaissance/expertise existantes incorporées.

- ❒ Significant constraints (financial, legal, ethical, availability of subjects, technical, safety issues, political etc) are considered and addressed. /

  Les contraintes significatives (financières, légales, éthiques, disponibilité de sujets, techniques, questions de sécurité, politiques, etc.) sont prises en compte et traitées.

- ❒ Population identified. /

  Population identifiée.

- ❒ All **factors** (3.1.5) or independent variables and **response variables** (3.1.3) identified and considered for inclusion. /

  Tous les **facteurs** (3.1.5) ou variables et **variables de réponse** (3.1.3) indépendantes sont identifiés et pris en compte.

- ❒ All included factors or independent variables and responses categorized and prioritorized. /

  Tous les facteurs ou variables et réponses indépendantes inclus sont catégorisés et classés par ordre de priorité.

- ❒ Experiment objectives translated into precise questions that the experiment can be expected to answer. /

  Les objectifs de l'expérience sont traduits en question précises auxquelles l'expérience est censée répondre.

- ❒ Experimental **treatments** (3.1.13) selected. /
  Les **traitements** (3.1.13) expérimentaux sont choisis.

- ❒ Outlined the step-by-step procedure for obtaining measurements. /
  Description, étape par étape, de la procédure permettant d'obtenir les mesures.

- ❒ Experimental plan finalized and in particular, the following items considered: /
  Le plan expérimental est finalisé et, en particulier, les points suivants sont pris en compte:
  - ❒ **blocking** (3.1.26) /
    mise en blocs (3.1.26)
  - ❒ repetitions /
    répliques
  - ❒ experimental sequence and **randomization** (3.1.30) /
    séquences expérimentale et **randomisation** (3.1.30)
  - ❒ time frame /
    période de référence
  - ❒ team assignments /
    tâches assignées à l'équipe
  - ❒ record system /
    système d'enregistrement
  - ❒ pilot study /
    étude pilote
  - ❒ sequential modification schedule /
    programme de modification séquentiel

- ❒ Statistical data analysis plan put together /
  Regroupement des plans d'analyse statistique des données

- ❒ Relevant review mechanism in place /
  Mécanisme de revue pertinent mis en place

Experimental design checklist II

Have you stated clearly and explicitly the objectives and reason for undertaking it?

Have you selected/assembled a relevant project team?

Has your team defined project objective and intended outcome of the experiment(s)?

Have you incorporated the existing knowledge/expertise?

Have you defined carefully the population about which you are seeking to investigate?

Have you considered all factors or independent variables and responses?

Have you categorized and prioritized them?

Liste de contrôle II d'un plan expérimental

Avez-vous indiqué clairement et explicitement les objectifs et les raisons de l'expérience?

Avez-vous sélectionné/réuni une équipe de projet pertinente?

Votre équipe a-t-elle défini l'objectif du projet et le résultat prévu de la (des) expérience(s)?

Avez-vous intégré les connaissance/expertise existantes?

Avez-vous défini soigneusement la population que vous souhaitez étudier?

Avez-vous pris en compte tous les facteurs ou variables indépendantes et les réponses?

Les avez-vous catégorisés et classés par ordre de priorité?

Have you translated experiment objectives into precise questions that the experiment can be expected to answer?

Have you selected the experimental treatments?

Have you finalized the experimental plan?

a) blocking

b) repetitions

c) experimental sequence

d) time frame

e) team assignments

f) record system

g) pilot study

h) sequential modification schedule

Have you planned the statistical data analysis?

Have you included relevant review mechanisms?

Have you considered all significant constraints including financial, legal, ethical, availability of subjects, technical, safety issues, political and so forth.

Finally, have you reviewed the process?

Avez-vous traduit les objectifs de l'expérience en questions précises auxquelles l'expérience est censée répondre?

Avez-vous choisi les traitements expérimentaux?

Avez-vous finalisé le plan expérimental?

a) mise en blocs

b) répliques

c) séquence expérimentale

d) période de référence

e) tâches assignées à l'équipe

f) système d'enregistrement

g) étude pilote

h) programme de modification séquentiel

Avez-vous planifié l'analyse statistique des données?

Avez-vous inclus des mécanismes de revue pertinents?

Avez-vous pris en compte toutes les contraintes significatives, y compris financières, légales, éthiques, disponibilité de sujets, techniques, questions de sécurité, politiques, etc.?

Enfin, avez-vous réalisé une revue du processus?

Annex D
(informative)

Experimental design from the system model perspective

As noted in the Introduction, design of experiments (DOE) comprises a strategy and a body of methods that are instrumental in achieving quality improvement in products, services and processes. Although **experimental design** (3.1.28) is commonly described in a pure statistical context, experimental design fits naturally in the larger picture of a full system model development and implementation. In this Annex the placement of design of experiments in an example model configuration is provided to illustrate its broader usage.

Thinking of the design of experiments (DOE) as a process itself, Figure D.1 displays design of experiments as a system model.

Annexe D
(informative)

Plan d'expériences du point de vue du modèle de système

Comme indiqué dans l'Introduction, les plans d'expériences (DOE) comprennent une stratégie et un corps de méthodes qui sont les instruments permettant d'améliorer la qualité des produits, des services et des processus. Bien que le **plan d'expériences** (3.1.28) soit couramment décrit dans un contexte statistique pur, il s'adapte naturellement à une plus grande échelle à l'élaboration et à la mise en œuvre d'un modèle de système complet. Dans cette Annexe, l'intégration d'un plan d'expériences dans une configuration de modèle de système est fournie pour illustrer cet usage étendu.

Considérant le plan d'expériences (DOE) comme un processus proprement dit, la Figure D.1 illustre un plan d'expériences comme un modèle de système.

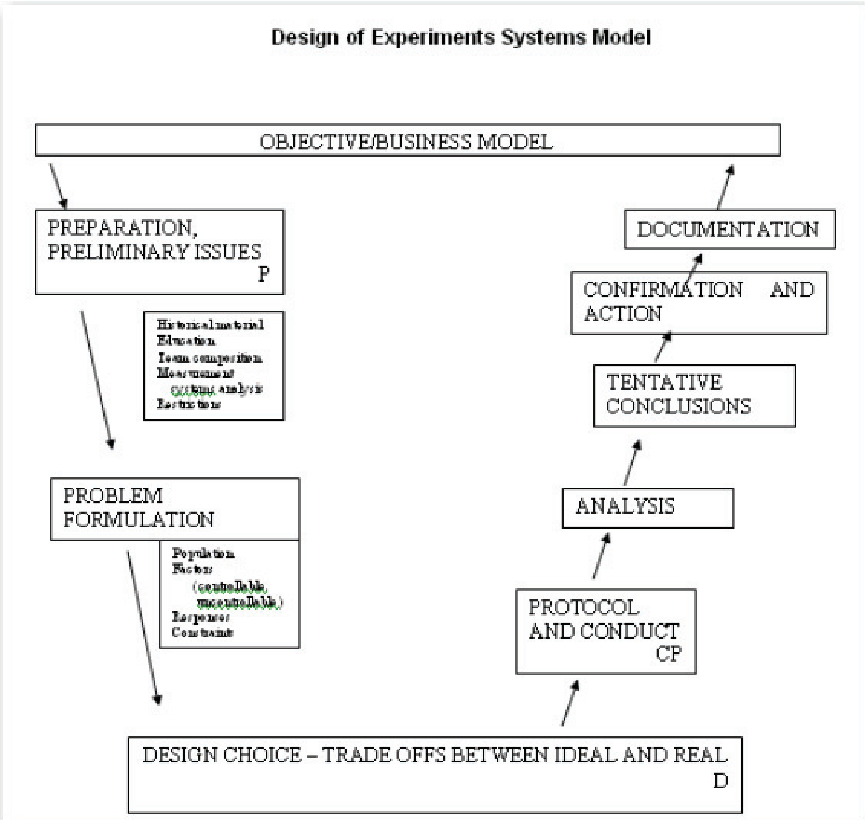


Figure D.1 — Design of experiments systems model

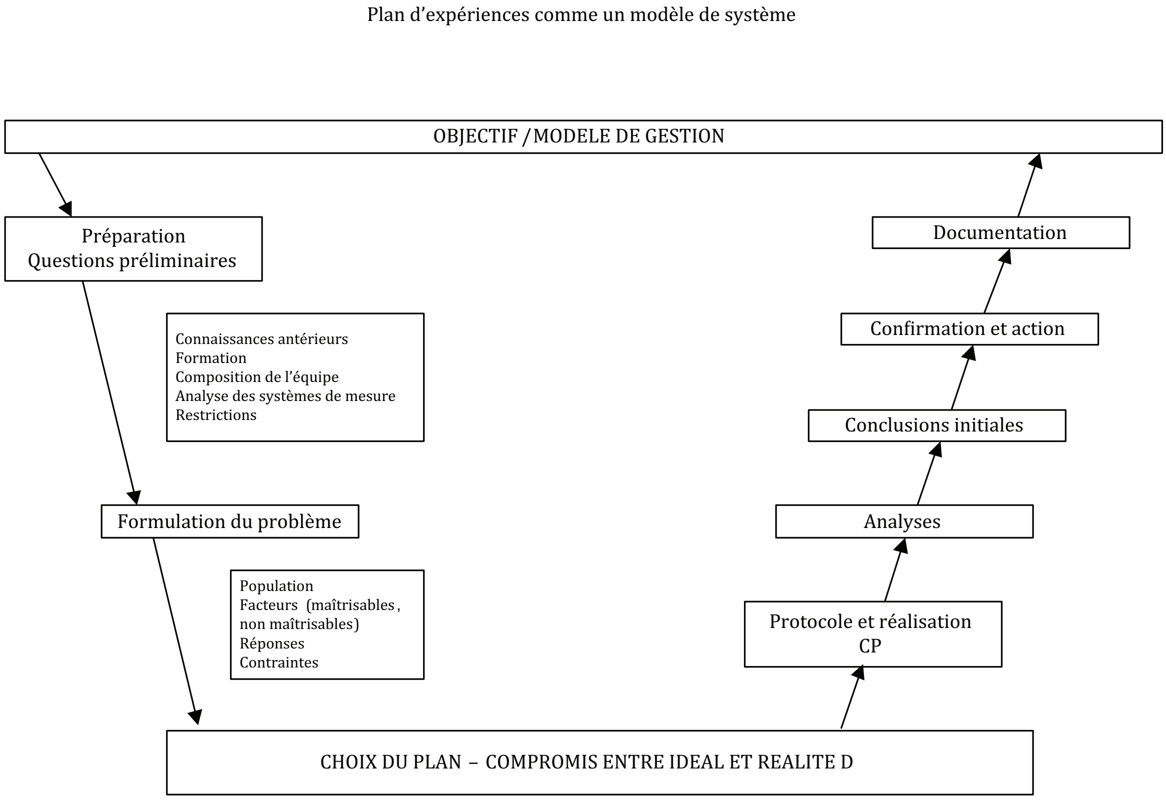


Figure D.1 — Modèle de système de plans d'expériences

In brief, the practice of good experimental design should:

a) address the objectives of the overall project (as described in the Introduction to this part of ISO 3534);

b) incorporate prior knowledge and experience in selection of **factors** (3.1.5), **factor levels** (3.1.12), and in recognizing assumptions;

c) furnish relevant information with minimum effort;

d) ensure, before conducting the experiment, that the design is capable of achieving the objective of the experiment with the desired precision, using **blocking** (3.1.26) or **randomization** (3.1.30) as necessary;

e) reflect the sequential nature of most investigations;

f) specify both the arrangement and the sequence of **experimental treatments** (3.1.13) to avoid misunderstandings when the experiment is in progress.

En résumé, il convient qu'une bonne pratique en matière de plan d'expériences:

a) traite les objectifs du projet global (tels que décrits dans l'Introduction de la présente partie de l'ISO 3534);

b) intègre les connaissances et l'expérience antérieures dans le choix des **facteurs** (3.1.5), des **niveaux de facteur** (3.1.12), et dans la détermination des hypothèses;

c) fournisse les informations correspondantes avec le minimum d'efforts;

d) assure, avant de réaliser l'expérience, que le plan est capable d'atteindre les objectifs de l'expérience avec la précision souhaitée, en utilisant une **mise en blocs** (3.1.26) ou une **randomisation** (3.1.30) si nécessaire;

e) reflète la nature séquentielle de la plupart des analyses;

f) spécifie la disposition et la séquence des **traitements expérimentaux** (3.1.13) afin d'éviter les malentendus lorsque l'expérience est en cours.

A more detailed description of the aspects of good experimental design practice is provided in the Annex C which contains two checklists of good practice.

At the level of the practitioner, the diagram indicates the steps that take place in a typical experimental design situation. Following the determination and agreement of the objective of a study, preliminary issues need to be addressed and relevant historical knowledge and personnel are assembled. Options for formulating the problem are reviewed with particular attention to what is to be observed [**response variable** (3.1.3)] and what can be controlled [**predictor variable** (3.1.4)]. The ultimate design choice represents an inherent tension between the ideal **experiment** (3.1.1) and the practical reality. Once the issues are addressed, a specific design is developed and the experiment is conducted according to a specified plan. The immediate statistical analysis provides some initial conclusions of a statistical nature that are then translated into a practical reality (confirmation and action). A documentation phase records the knowledge gained for purposes of future experimentation.

Much of the previous discussion lays the groundwork for the development of an **experimental plan** (3.1.29).

Table D.1 provides a summary of the ideal versus practical reality in experimental design. The first column provides circumstances and corresponding statistical approaches to accommodate them. The second column provides non-technical equivalences which could be used to explain approaches to non-statisticians. The final column identifies statistical terms relevant to each row's circumstances.

Une description plus détaillée des aspects d'une bonne pratique de plan d'expériences est fournie à l'Annexe C, qui contient deux listes de contrôle de bonne pratique.

Au niveau de l'opérateur, le schéma indique les étapes intervenant dans une situation type de plan d'expériences. Après avoir déterminé et convenu de l'objectif de l'étude, les questions préliminaires doivent être abordées, les connaissances antérieures pertinentes rassemblées et le personnel réuni. Les options de formulation du problème sont revues en portant une attention particulière à ce qui doit être observé [**variable de réponse** (3.1.3)] et ce qui doit être contrôlé [**variable de prédiction** (3.1.4)]. Le choix du plan final présente un compromis entre l'**expérience** (3.1.1) idéale et la réalité pratique. Une fois les questions traitées, un plan spécifique est mis au point et l'expérience est menée conformément au plan spécifié. L'analyse statistique immédiate fournit certaines conclusions initiales de nature statistique qui sont ensuite traduites dans la réalité pratique (confirmation et action). Une phase de documentation enregistre les connaissances acquises en vue d'une expérimentation future.

Une grande partie de la discussion qui précède pose les bases de l'élaboration d'un **plan expérimental** (3.1.29).

Le Tableau D.1 présente un résumé de la situation idéale par rapport à la réalité pratique dans un plan d'expériences. La première colonne présente les circonstances et les approches statistiques pouvant être adoptées. La deuxième colonne fournit des équivalences non techniques pouvant être utilisées pour expliquer les méthodes à des non-statisticiens. La dernière colonne identifie les termes statistiques pertinents pour les circonstances de chaque ligne.

Table D.1 — Ideal implementation versus practical realities
Tableau D.1 — Mise en œuvre idéale par rapport aux réalités pratiques

Ideal world / Optimal implementation Monde idéal / Mise en œuvre optimale	Real world / Possible remedies Monde réel / Recours possibles	Relevant statistical DOE techniques Techniques statistiques pertinentes pour le plan d'expérience
All **factors** (3.1.5) controllable fully / **Full randomization** (3.1.30) including complete set up where appropriate. Tous les **facteurs** (3.1.5) sont totalement maîtrisables / **Randomisation** (3.1.30) complète, y compris configuration complète le cas échéant.	Some environmental conditions are difficult or impossible to control. Certaines conditions environnementales sont difficiles ou impossibles à contrôler.	Randomization, constrained [**randomization blocking** (3.1.26), **split plot designs** (3.2.17)] Randomisation, randomisation restreinte [**mise en blocs** (3.1.26), **plans en parcelles subdivisées** (3.2.17)].
Complete replication possible / **Full factorial experiment** (3.2.2). Réplique complète possible / **Plan factoriel complet** (3.2.2).	Resource, time, seasonality constraints / identify limited number of runs to make in order to obtain some useful information. Contraintes de ressources, de temps, saisonnières / Identifier un nombre limité de cycles à effectuer pour obtenir certaines informations utiles.	Full factorial designs, **fractional factorial experiments** (3.2.3). Plans factoriels complets, **plans factoriels fractionnaires** (3.2.3).
All controllable factors identified at planning stage. Tous les facteurs maîtrisables sont identifiés au stade de la planification.	Some key or influential causes may have been overlooked or are unknown / allocate the experimental units in such a way to account for this problem. Certaines causes clés ou influentes peuvent avoir été négligées ou sont inconnues / Affecter les unités expérimentales de manière à prendre en compte ce problème.	Randomization to spread influence of unspecified or uncontrollable variables; sequential designs. Randomisation pour répartir l'influence de variables non spécifiées ou incontrôlables; plans séquentiels.
Key uncontrollable factors identified at planning stage. Facteurs clés non maîtrisables identifiés au stade de la planification.	Some key or influential causes may have been overlooked or are unknown / allocate the experimental units in such a way to account for this problem. Certaines causes clés ou influentes peuvent avoir été négligées ou sont inconnues / Affecter les unités expérimentales de manière à prendre en compte ce problème.	Blocking to mitigate the impacts of such variables. Mise en blocs pour atténuer l'impact de ces variables.
All important factors identified. Tous les facteurs importants sont identifiés.	Special **experimental plans** (3.1.29) in order to determine the important causes. **Plans expérimentaux** spéciaux (3.1.29) afin de déterminer les causes importantes.	**Screening designs** (3.2.8). **Plans de criblage** (3.2.8).
Criterion function is fixed throughout. Une fonction de critère est fixée d'un bout à l'autre.	Surprises occur during the conduct of the study (e.g. patients die) forcing a re-evaluation of the study objective. Des surprises apparaissent pendant la réalisation de l'étude (par exemple, des patients meurent) et contraignent à réévaluer l'objectif de l'étude.	Robust design. Plan robuste.

Table D.1 *(continued)*
Tableau D.1 *(suite)*

Ideal world / Optimal implementation **Monde idéal / Mise en œuvre optimale**	**Real world / Possible remedies** **Monde réel / Recours possibles**	**Relevant statistical DOE techniques** **Techniques statistiques pertinentes pour le plan d'expérience**
Experiment conducted under homogeneous conditions. Expérience réalisée dans des conditions homogènes	Days, shifts, personnel fluctuations occur during the conduct of the study. Des fluctuations journalières, des fluctuations de postes ou des fluctuations de personnel se produisent pendant la réalisation de l'étude.	Blocking and split plots. Mise en blocs et parcelles subdivisées.
Working environment is stable. L'environnement de travail est stable.	Process may be out of control (due to accidents or sudden stoppages) or produces unexpected results. Le processus peut être hors contrôle (en raison d'accidents ou d'arrêts brusques) ou produit des résultats inattendus	Measurement systems analysis. Analyse des systèmes de mesure.
Time pressure at the discretion of the investigator Contrainte de temps à la discrétion de l'analyste.	Results (including preliminary or intermediate) needed as soon as possible. Résultats (y compris préliminaires ou intermédiaires) nécessaires dès que possible.	Fractionating a design; determination of **factor levels** (3.1.12) Plan fractionnaire; détermination de **niveaux de facteur** (3.1.12).
Application of treatments is not restricted by practical or ethical considerations. L'application des traitements n'est pas limitée par des considérations pratiques ou éthiques.	Observational data subject to various regulations. Données d'observation soumises à diverses réglementations.	Case control, cohort studies; longitudinal studies; sequential designs. Cas témoins, études de cohorte; études longitudinales; plans séquentiels.
Study is fully completed. L'étude est entièrement réalisée.	Study terminated prior to completion. L'étude est interrompue avant la fin.	Censored or missing observations / Correct for at the analysis stage. Observations tronquées ou manquantes / Corriger au stade de l'analyse.
Hypothesized model holds for all parts of the design space. Le modèle présumé s'applique à toutes les parties de l'espace de plan.	Unusual results occur, some observations are contaminated. Des résultats anormaux apparaissent, certaines observations sont faussées.	Outlier detection, robust estimation; stratification; lack of fit tests; Lenth's test or other diagnostic tests. Détection des valeurs atypiques, estimation robuste; stratification; test d'inadéquation; test de Lenth ou autres tests de diagnostic

Bibliography

[1] ISO 10241-1:2011, *International terminology standards — Part 1: Preparation and layout*

[2] BOX, G.E.P., HUNTER, W. G. and HUNTER, J. S. *Statistics for Experimenters. An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building*. John Wiley & Sons, New York, 1978

[3] BOX, G.E.P., HUNTER, W. G. and HUNTER, J. S. *Statistics for Experimenters. Design, Innovation, and Discovery*. John Wiley & Sons, New York, 2005

[4] PLACKETT, R. L. and BURMAN, J. P. The design of optimum multifactorial experiments, *Biometrika*, **33**, 1946, pp. 305-325

[5] LIN, D.K.J. A new class of supersaturated designs. *Technometrics*, **35**, 1993, pp. 28-31

[6] WU, C.F.J. Construction of supersaturated designs through partially aliased interactions. *Biometrika*, **80**(3), 1993, pp. 661-669

[7] FISHER, R.A. and YATES, F. *Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research*. Oliver and Boyd, Edinburgh, 4th edition, 1953

[8] CORNELL, J. A. *Experiments With Mixtures*. 2nd ed. John Wiley, New York, 1990

[9] BOX, G.E.P. and DRAPER, N.R. *Empirical Model - Building and Response Surfaces*. John Wiley & Sons, New York, 1987

[10] BOX, G.E.P. and WILSON, K.B. On the experimental attainment of optimum conditions (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, 13, 1951, pp. 1-45

Bibliographie

[1] ISO 10241-1:2011, *Articles terminologiques dans les normes — Partie 1: Exigences générales et exemples de présentation*

[2] BOX, G.E.P., HUNTER, W. G. and HUNTER, J. S. *Statistics for Experimenters. An Introduction to Design, Data Analysis, and Model Building*. John Wiley & Sons, New York, 1978

[3] BOX, G.E.P., HUNTER, W. G. and HUNTER, J. S. *Statistics for Experimenters. Design, Innovation, and Discovery*. John Wiley & Sons, New York, 2005

[4] PLACKETT, R. L. and BURMAN, J. P. The design of optimum multifactorial experiments, *Biometrika*, **33**, 1946, pp. 305-325

[5] LIN, D.K.J. A new class of supersaturated designs. *Technometrics*, **35**, 1993, pp. 28-31

[6] WU, C.F.J. Construction of supersaturated designs through partially aliased interactions. *Biometrika*, **80**(3), 1993, pp. 661-669

[7] FISHER, R.A. and YATES, F. *Statistical Tables for Biological, Agricultural, and Medical Research*. Oliver and Boyd, Edinburgh, 4th edition, 1953

[8] CORNELL, J.A. *Experiments With Mixtures*. 2nd ed. John Wiley, New York, 1990

[9] BOX, G.E.P. and DRAPER, N.R. *Empirical Model - Building and Response Surfaces*. John Wiley & Sons, New York, 1987

[10] BOX, G.E.P. and WILSON, K.B. On the experimental attainment of optimum conditions (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society*, Series B, 13, 1951, pp. 1-45

Alphabetical index

Index alphabétique

ICS 01.040.03; 03.120.30

Price based on 96 pages / Prix basé sur 96 pages